Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA

CENTRUM DOSKONALENIA I EDUKACJI
WŁOCŁAWEK UL. NOWOMIEJSKA 25

KOD **PESEL**

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Marzec 2014

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1-12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego próbny egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Czas pracy:
180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Sponsorem wydruku arkusza jest wydawnictwo nowa era

Zadanie 1. (4 pkt)

Rozwiąż nierówność: $|3x + 2| - |x - 3| < 4 - 2x$.

Zadanie 2. (4 pkt)

Udowodnij, że dla $a \in R_+\backslash\{1\}$ oraz $n \in N_+\backslash\{1\}$ spełniona jest równość:

$$\frac{1}{log_{a^3} n} + \frac{1}{log_{a^5} n} + \frac{1}{log_{a^7} n} + \cdots + \frac{1}{log_{a^{103}} n} = 2703 log_n a$$

Zadanie 3. (4 pkt)

Punkty $A = (0,3)$, $B = (0,0)$, $C = (-5,0)$, $D = (x,3)$, gdzie $x \in R_-$ są kolejnymi wierzchołkami czworokąta $ABCD$. Oblicz wartość x, dla której w czworokąt $ABCD$ można wpisać okrąg.

Zadanie 4. (4 pkt)

Napisz wzór i naszkicuj wykres funkcji $h(m) = \left|\frac{g(m)}{m+3}\right|$ wiedząc, że funkcja $y = g(m)$ każdej liczbie rzeczywistej m przyporządkowuje najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + 4x + 2m + 9$ w przedziale $\langle -1,3 \rangle$.

Zadanie 5. (4 pkt)

Graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy $6\,cm$ przecięto płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch sąsiednich krawędzi podstawy. Płaszczyzna ta przecina trzy krawędzie boczne i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $60°$. Zaznacz na rysunku ten przekrój i oblicz jego pole.

Zadanie 6. (5 pkt)

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3n - a_n + 3 \end{cases}$

Wyznacz liczby $x, y \in C$ tak, aby ciąg $(a_7, a_2 + x, a_4 + 2y)$ był ciągiem arytmetycznym, natomiast ciąg $(a_1, 4x - a_2, 3a_6 - y)$ był ciągiem geometrycznym.

Zadanie 7. (4 pkt)

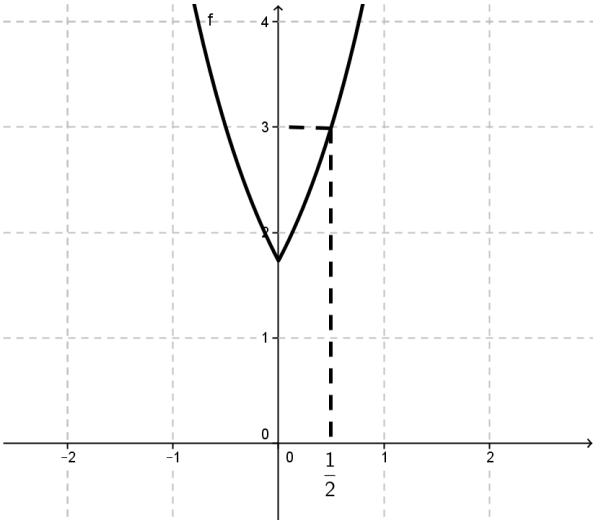
Rozwiąż równanie: $sinxsin2x = \frac{3}{2}cosx$ w przedziale $x \in \langle -2\pi, \pi \rangle$.

Zadanie 8. (4 pkt)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $sin^2\alpha + sin^2\beta = 5sin^2\gamma$, to $sin\gamma \leq \frac{3}{5}$.

Zadanie 9. (5 pkt)

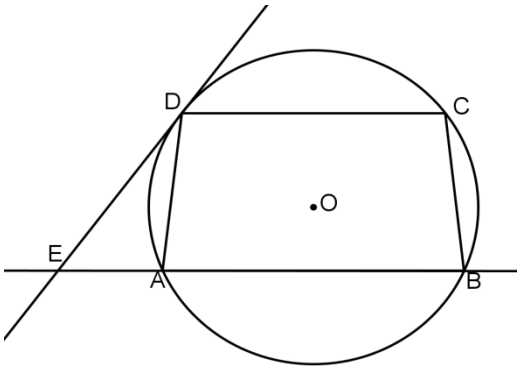
Wykres funkcji wykładniczej $y = 3^x$ przekształcono i otrzymano wykres funkcji $y = f(x)$ (rys).



Napisz wzór funkcji $y = f(x)$, a następnie zaznacz na płaszczyźnie zbiór $A = \{(x, y): x \in R \; i \; y \in R \; i \; log_{(x-1)^2+y^2}[log_9 f^2(x)] < 0\}$.

Zadanie 10. (5 pkt)

W okrąg wpisano trapez równoramienny $ABCD$ którego podstawy mają długość $|AB| = 8\ cm, |DC| = 4\ cm$. Styczna do okręgu w punkcie D przecina prostą AB w punkcie E (rys). Wiedząc, że $|DE| = 6\sqrt{5}\ cm$ oblicz promień okręgu opisanego na trapezie $ABCD$.



Zadanie 11. (3 pkt)

Pięć ponumerowanych kul rozmieszczamy losowo w czterech ponumerowanych szufladach. Oblicz ile jest możliwości takiego rozmieszczenia kul, aby dokładnie dwie szuflady były puste.

Zadanie 12. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m reszta z dzielenia wielomianu $w(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{5}{m}x + 3m - 1$ przez dwumian $(x - 3)$ jest niewiększa od 3?

Brudnopis