Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA

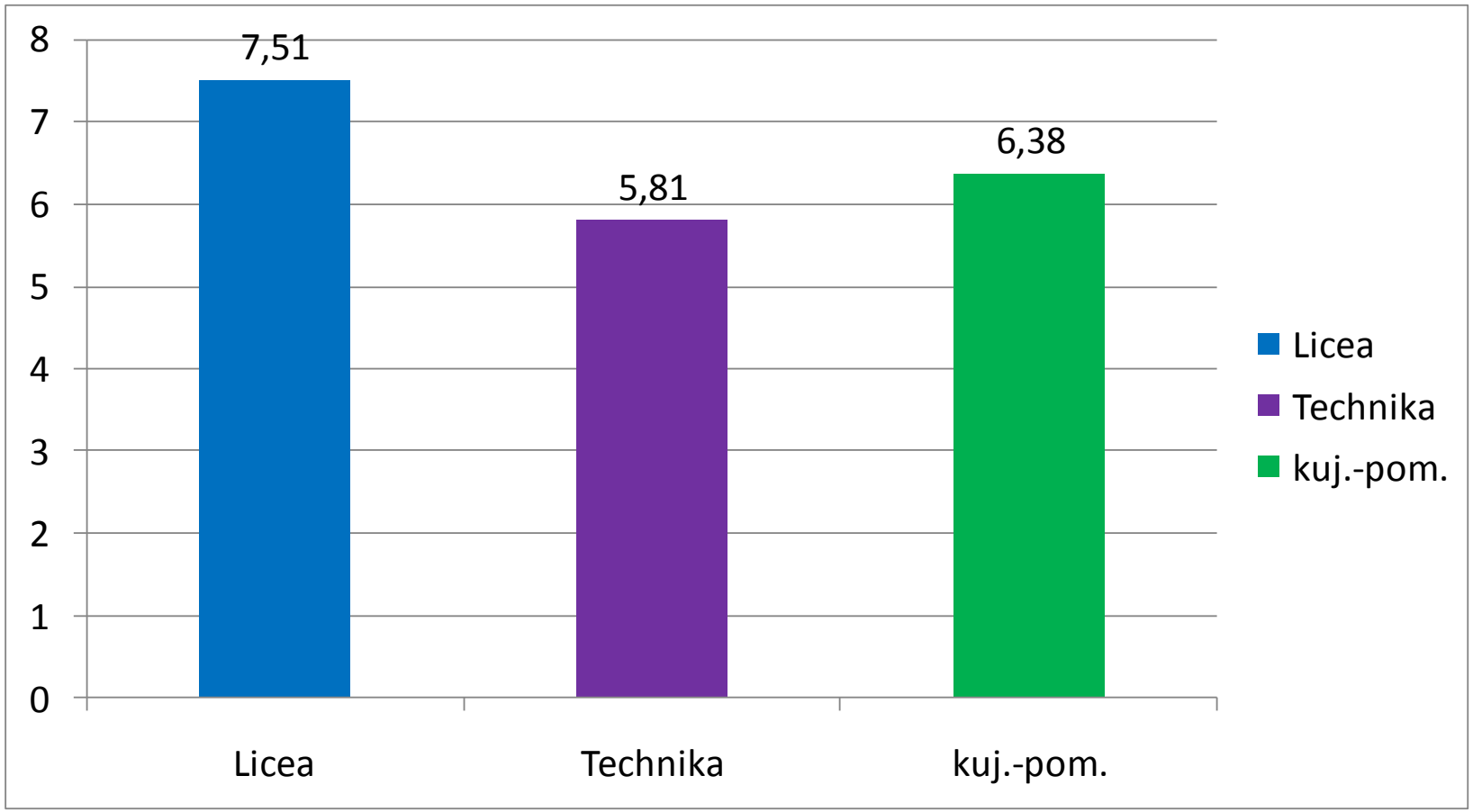
Raport

Analiza i interpretacja wyników próbnego egzaminu maturalnego z matematyki w województwie kujawsko-pomorskim w 2012 r.
cz.2

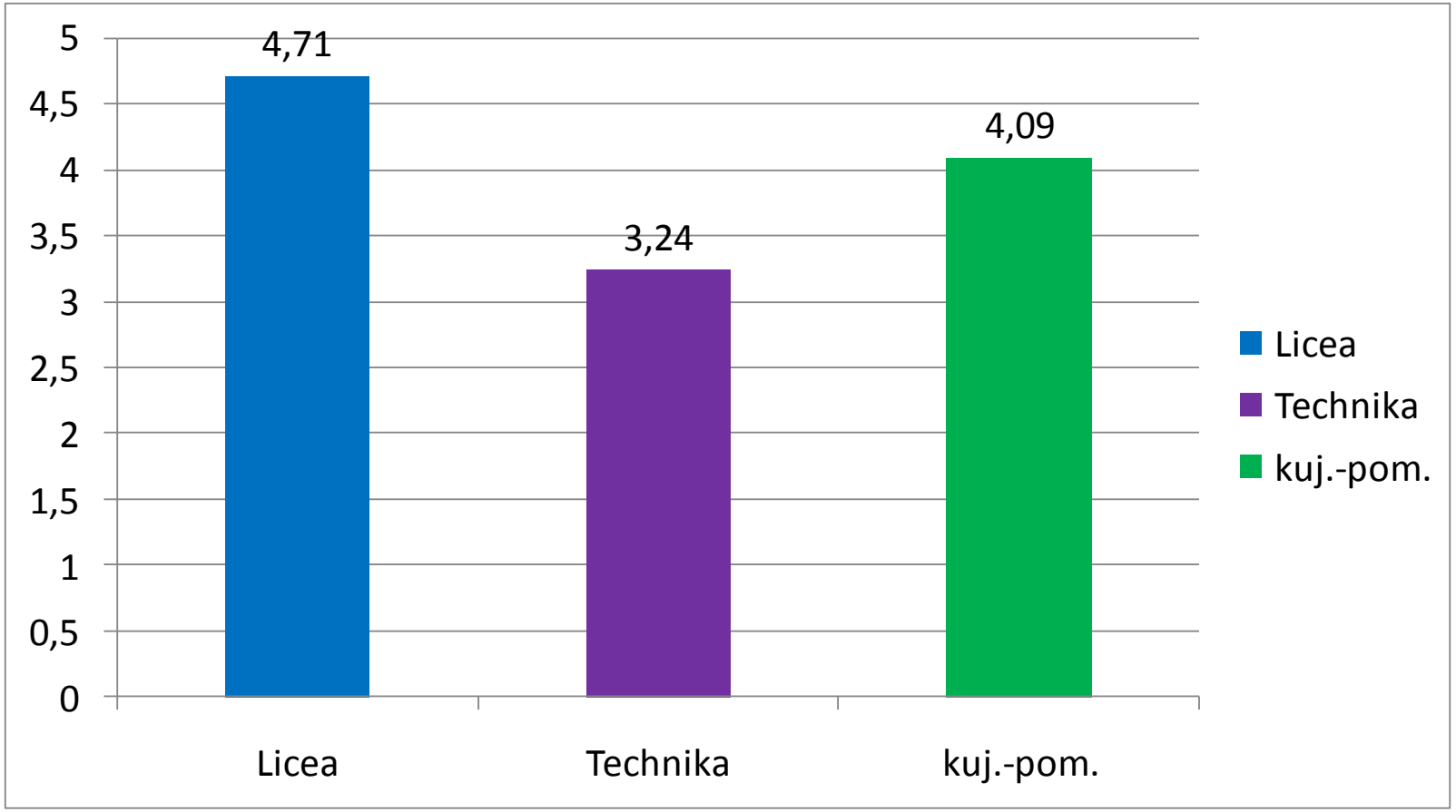
Opracowanie
Ewa Ludwikowska

Poziom podstawowy– część otwarta

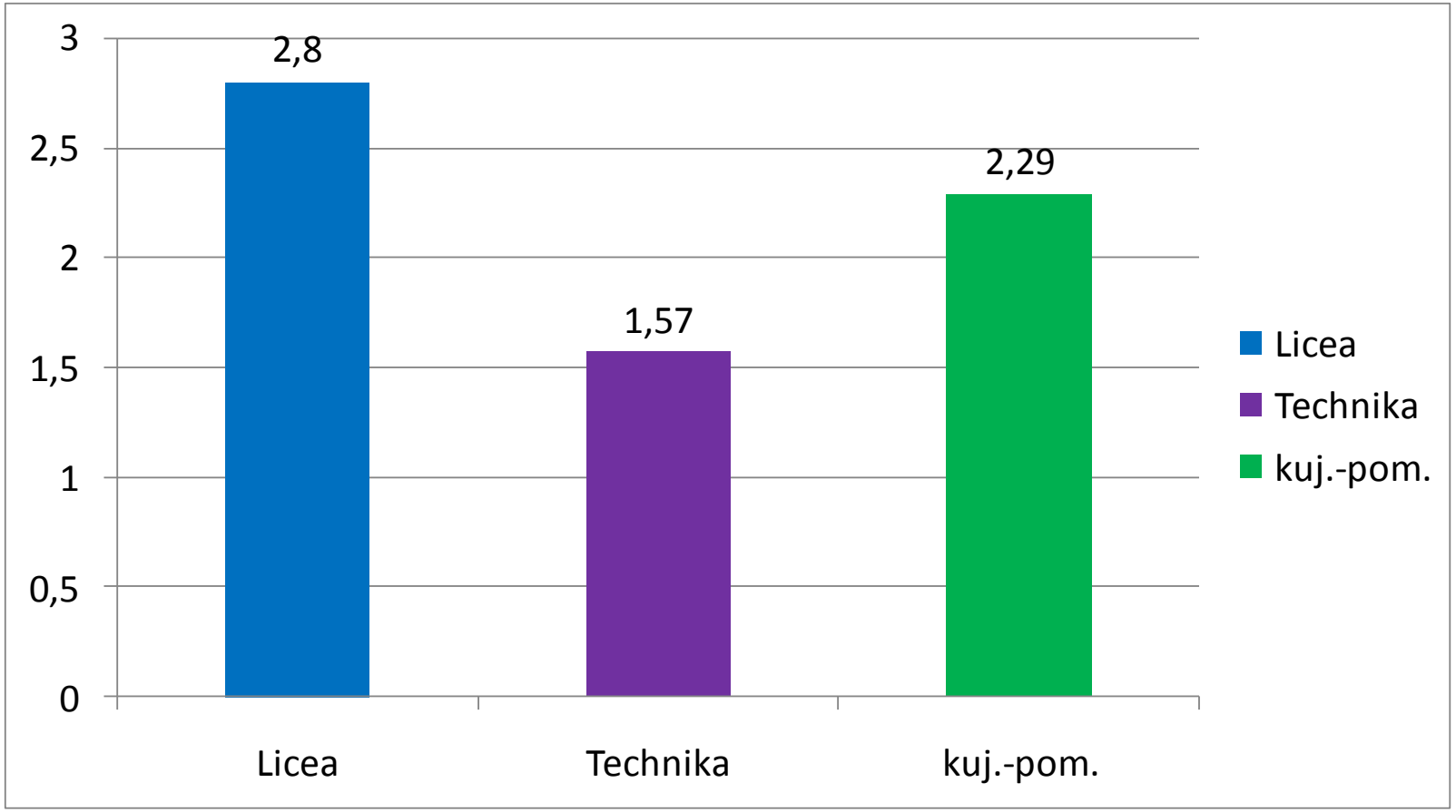
Średnie wyniki części otwartej w liceach i technikach w pkt.(max 25 pkt.)



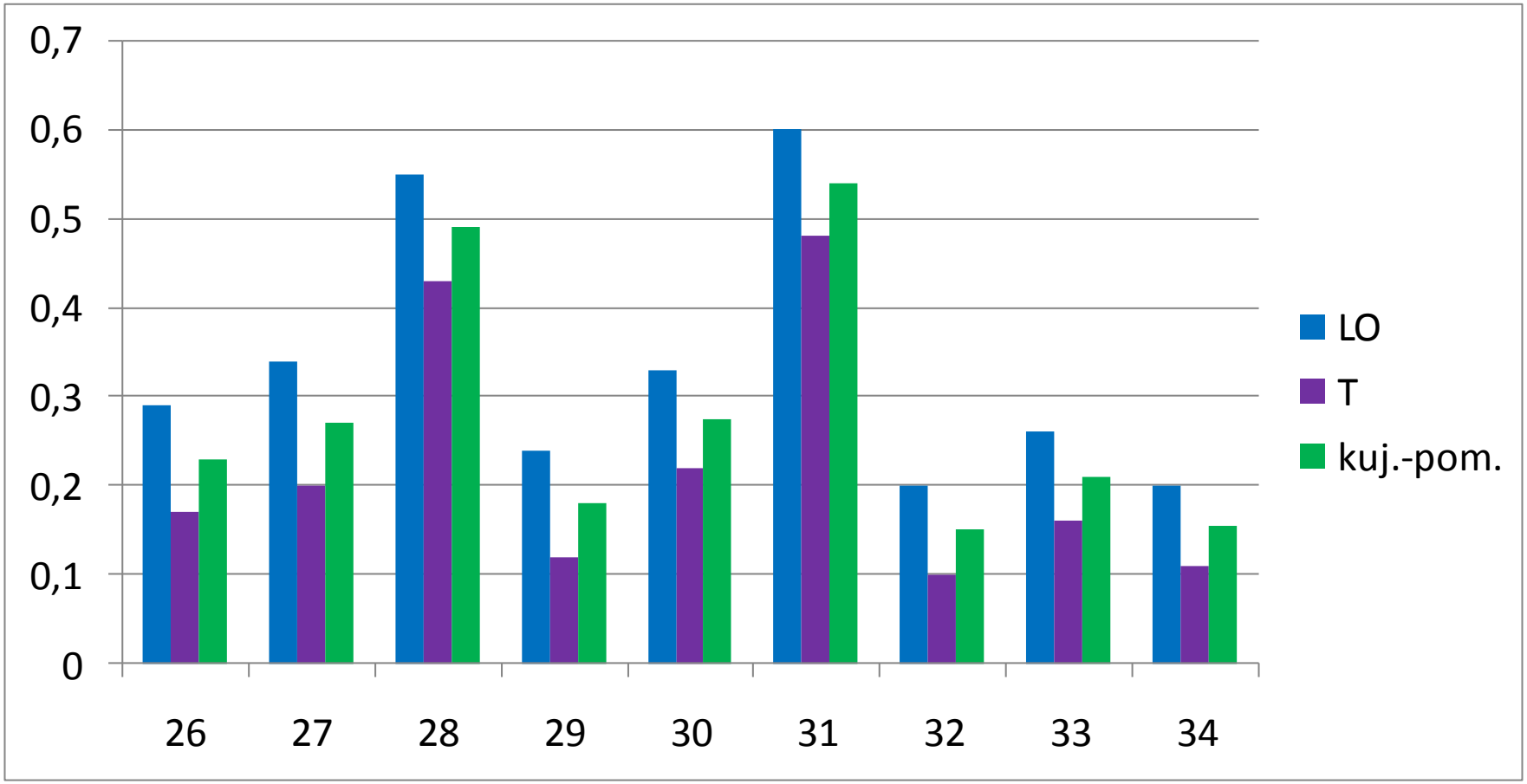
Średnie wyniki części otwartej zadań KO w liceach i technikach (max 12 pkt.)



Średnie wyniki części otwartej zadań RO w liceach i technikach (max 13 pkt.)

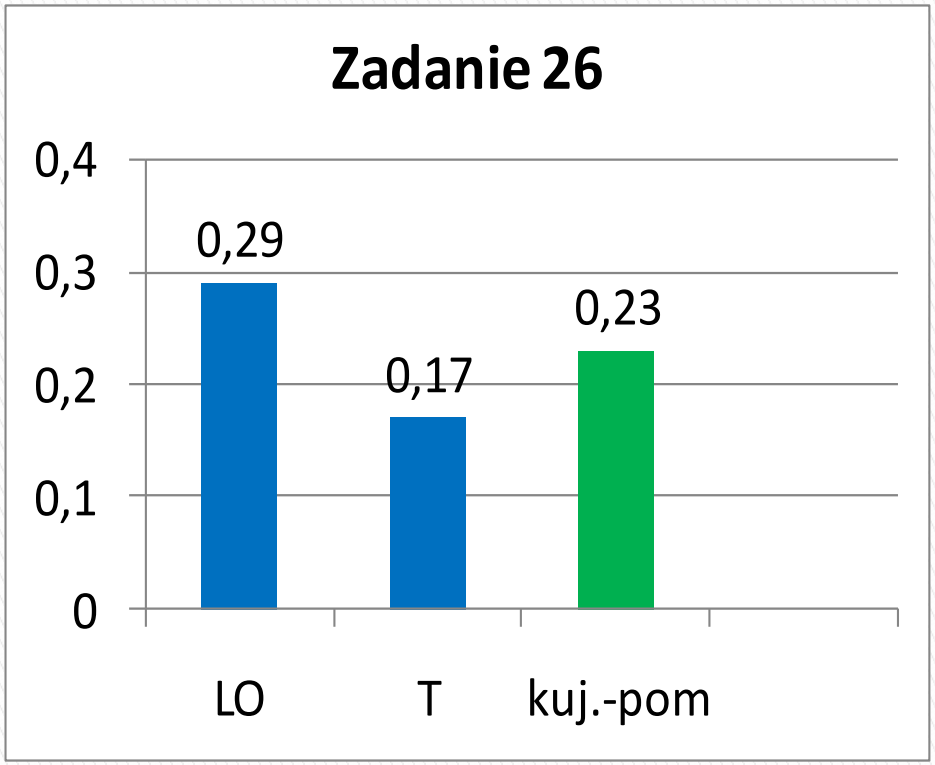


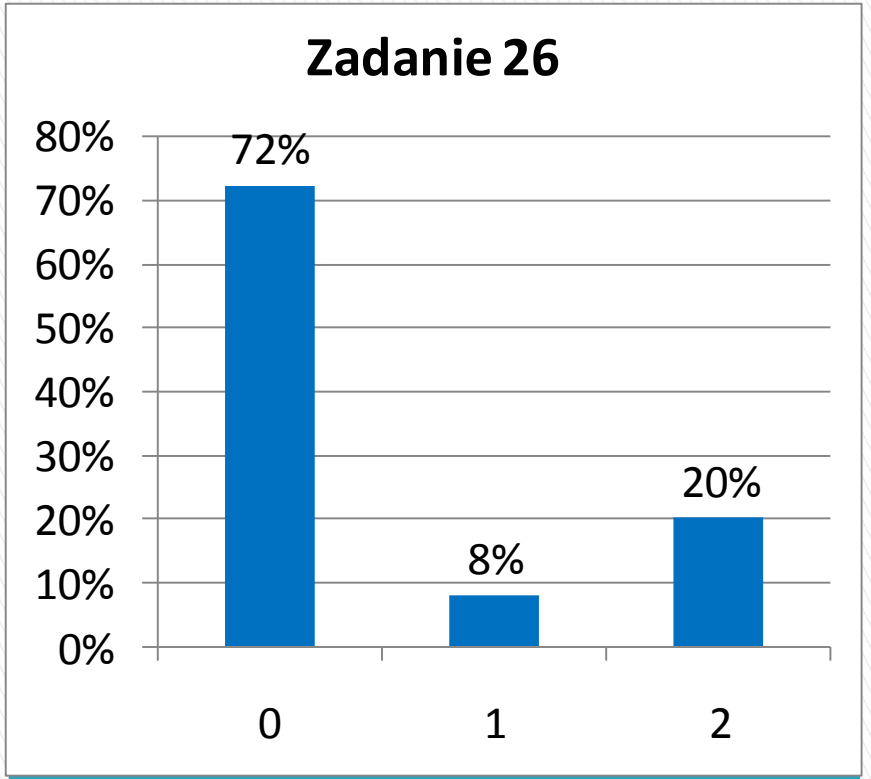
Łatwość zadań otwartych



Zadanie 26. (2 pkt)

Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A = (-4,1), B = (5,-2), C = (3,6)$. Oblicz długość środkowej AD.

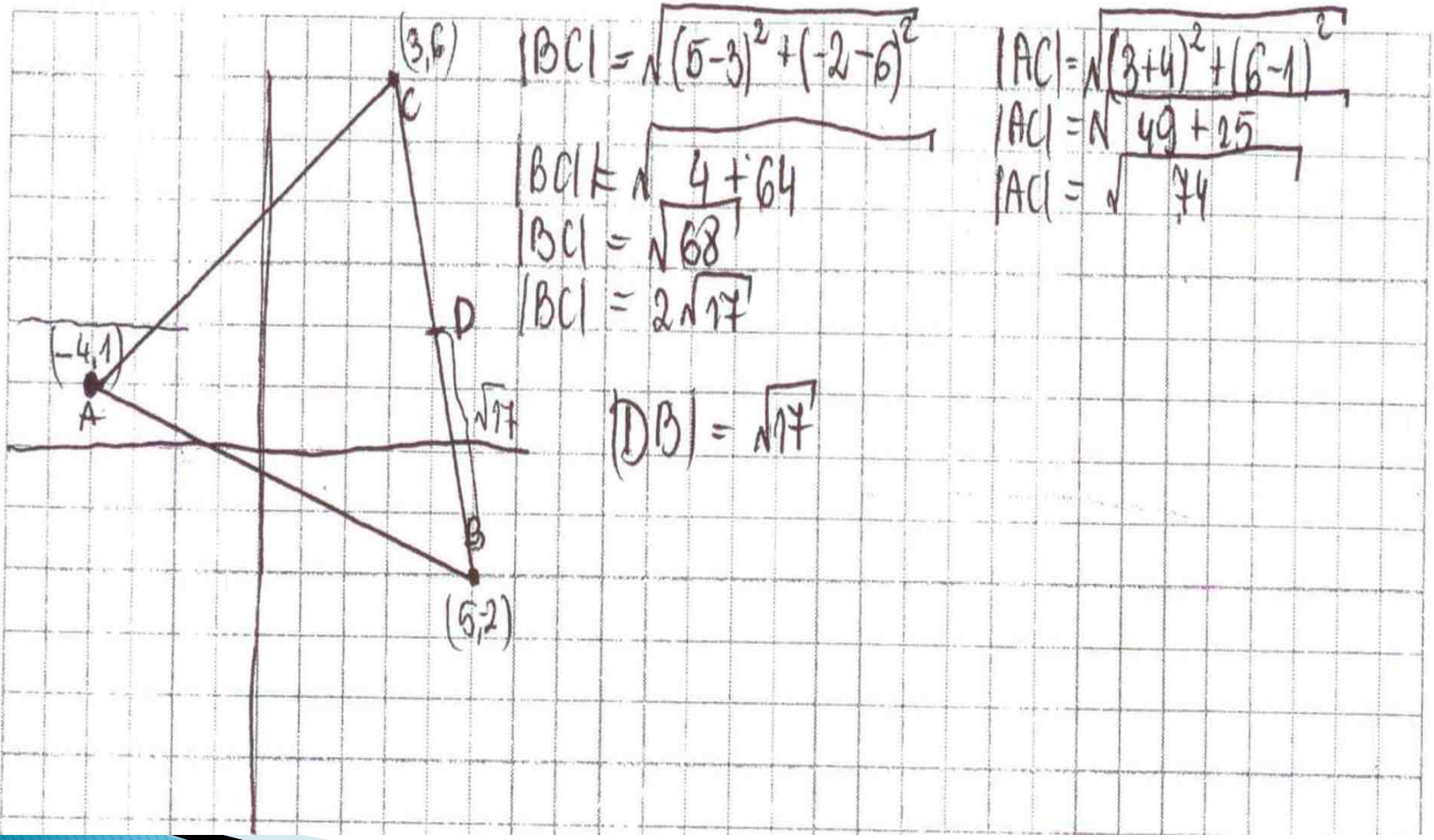




Oblicza odległość punktów (długość środkowej)

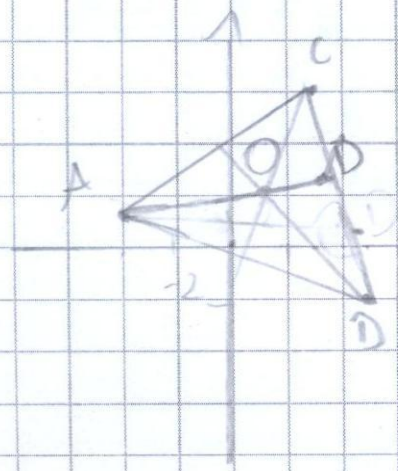
Zadanie 26. (2 pkt)

Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A = (-4,1), B = (5,-2), C = (3,6)$. Oblicz długość środkowej AD.



Zadanie 26. (2 pkt)

Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A = (-4,1), B = (5,-2), C = (3,6)$. Oblicz długość środkowej AD.



$$O = \left(\frac{-4+5+3}{3}, \frac{1-2+6}{3}\right)$$

$$O = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$|AO| = \sqrt{\left(\frac{4}{3}+4\right)^2 + \left(\frac{5}{3}-1\right)^2}$$

$$|AO| = \sqrt{\frac{256}{9} + \frac{4}{9}}$$

$$|AO| = \sqrt{\frac{260}{9}} = \frac{\sqrt{260}}{3} = \frac{2\sqrt{65}}{3}$$

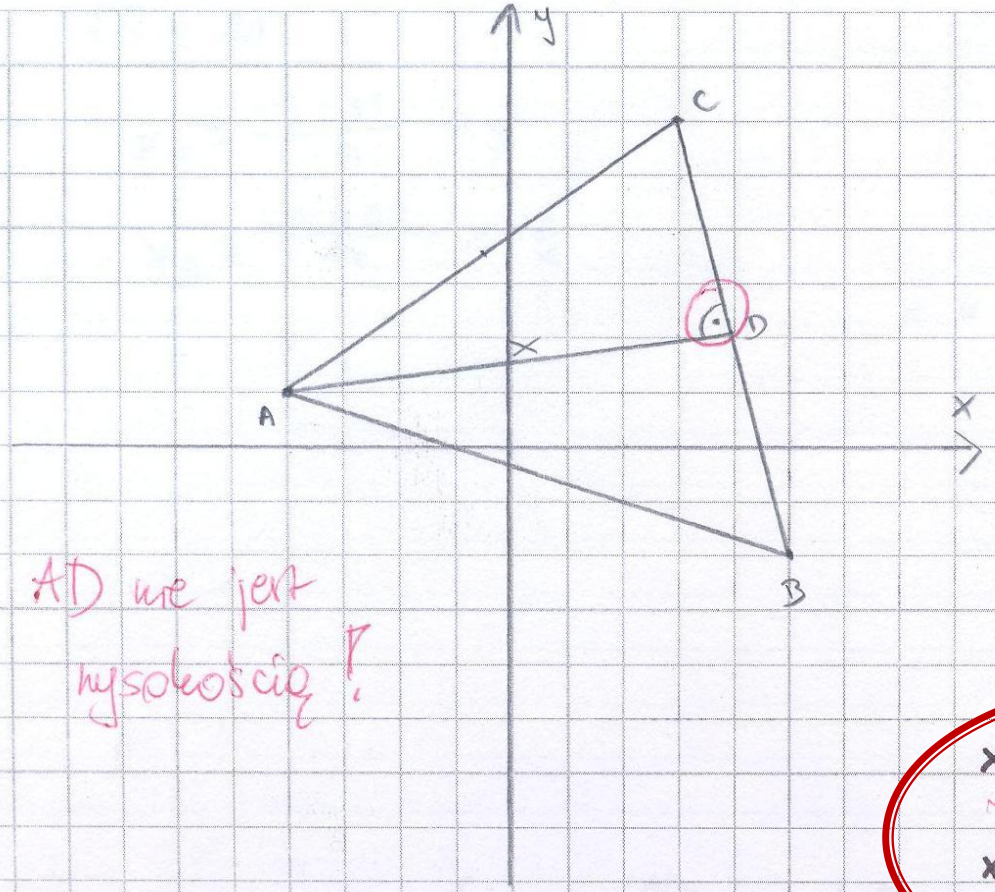
$$|AD| = 2 \cdot |AO|$$

$$|AD| = \frac{4\sqrt{65}}{3}$$

Odpowiedź: Środkowa $|AD|$ ma długość równą $\frac{4\sqrt{65}}{3}$

Zadanie 26. (2 pkt)

Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A = (-4,1), B = (5,-2), C = (3,6)$. Oblicz długo środkowej AD.



AD nie jest wysokością!

$|AC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$|AC| = \sqrt{(3+4)^2 + (6-1)^2}$

$|AC| = \sqrt{74}$

$|BC| = \sqrt{(3-5)^2 + (6+2)^2}$

$|BC| = \sqrt{68}$

$|CD| = \frac{\sqrt{68}}{2}$

$x^2 = \left(\sqrt{74}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{68}}{2}\right)^2$

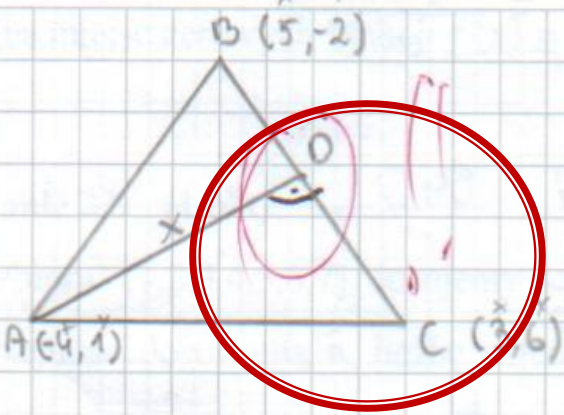
$x^2 = 74 - 17$

$x^2 = \sqrt{57}$

Odpowiedź: $\sqrt{57} = 3\sqrt{19}$

Zadanie 26. (2 pkt)

Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A = (-4,1), B = (5,-2), C = (3,6)$. Oblicz długość środkowej AD.



co to jest środkowa ??

$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$|AB| = \sqrt{(5+4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{5^2 + 20 + 16 + 4 - 4 + 1} =$

$= \sqrt{25 + 36 + 1} = \sqrt{72} =$

$|AC| = \sqrt{(-4-3)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{16 + 24 + 9 + 1 + 36} =$

$= \sqrt{86}$

$|BC| = \sqrt{(5-3)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{25 - 30 + 9 + 4 + 24 + 36} =$

$= \sqrt{68}$

$\frac{\sqrt{68}}{2} = |OC|$

$\left(\frac{\sqrt{68}}{2}\right)^2 + x^2 = \sqrt{68}$

$\frac{68}{4} + x^2 = 68$

$x^2 = \frac{68}{4} + 68$

$x^2 = \frac{17}{4} - \frac{68}{4}$

$x^2 = -\frac{51}{4} \quad /\sqrt{\ }$

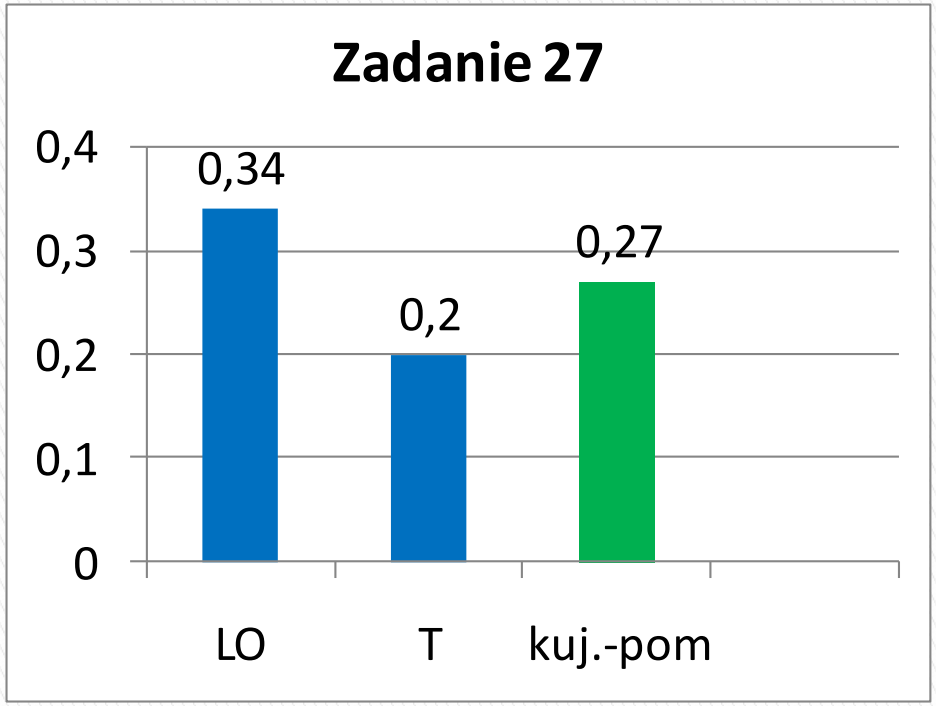
$x = \frac{\sqrt{51}}{2}$ V $x = -\frac{\sqrt{51}}{2}$

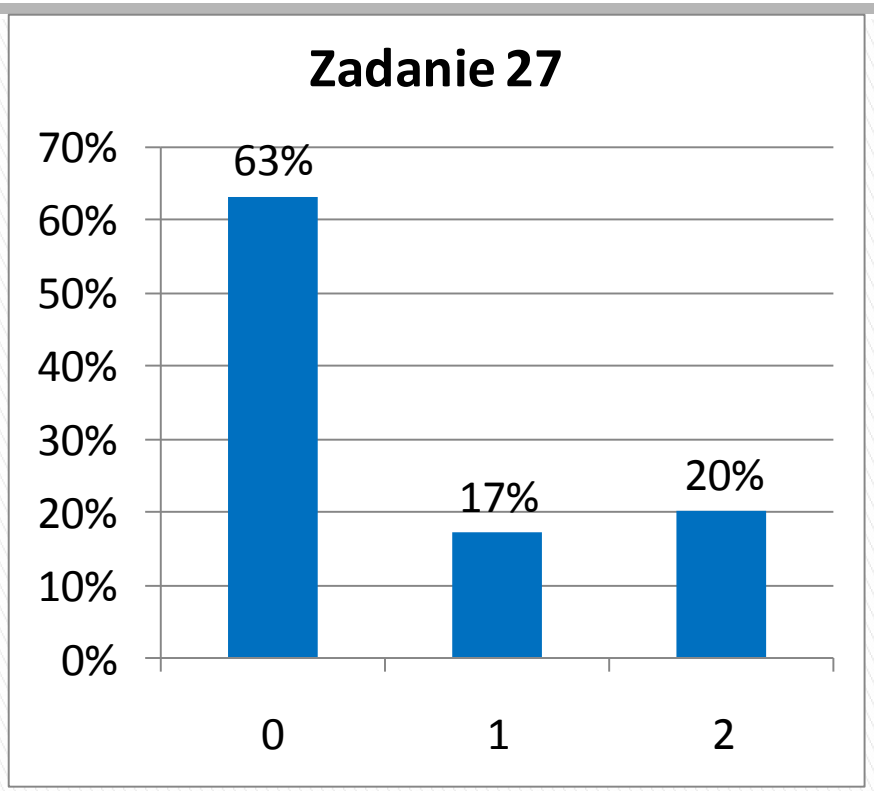
Odpowiedź: Środkowa $|AD|$ ma długość $x = \frac{\sqrt{51}}{2}$ V $x = -\frac{\sqrt{51}}{2}$

0p

Zadanie 27. (2 pkt)

Wykaż, że liczby $\frac{\sqrt{3}-2}{3}, \frac{3-2\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}-2}{4}$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.





Bada, czy ciąg trzywyrazowy jest geometryczny

Zadanie 27. (2 pkt)

Wykaż, że liczby $\frac{\sqrt{3}-2}{3}, \frac{3-2\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}-2}{4}$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

$q = q$

$$\frac{\frac{3-2\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{3}-2}{3}} = \frac{3-2\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}-2} = \frac{3-2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{3-2\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-2)}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-4} \leftarrow q$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}-2}{4}}{\frac{3-2\sqrt{3}}{6}} = \frac{\sqrt{3}-2}{4} \cdot \frac{6}{3-2\sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{3}-2)}{4(3-2\sqrt{3})}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}-12}{12-8\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-6}{6-4\sqrt{3}} \leftarrow q \neq q$$

$$\frac{6\sqrt{3}-12}{12-8\sqrt{3}} \quad \frac{3\sqrt{3}-6}{6-4\sqrt{3}}$$

1 p

Zadanie 27. (2 pkt)

Wykaż, że liczby $\frac{\sqrt{3}-2}{3}, \frac{3-2\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}-2}{4}$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

$\frac{(\sqrt{3}-2)\cdot 8}{24}$; $\frac{(3-2\sqrt{3})\cdot 4}{24}$; $\frac{(\sqrt{3}-2)\cdot 6}{24}$

$\frac{8\sqrt{3}-16}{24}$; $\frac{12-8\sqrt{3}}{24}$; $\frac{6\sqrt{3}-12}{24}$

$q_1 = \frac{\sqrt{3}-2}{4_2} \cdot \frac{6^3}{3-2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-6}{6-4\sqrt{3}} = 2$

$q_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{6_2} \cdot \frac{8^1}{\sqrt{3}-2} = \frac{3-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-4} = 2$

$q_1 \neq q_2$

nie są kolejnymi wyrazami ciągu

Zadanie 27. (2 pkt)

Wykaż, że liczby $\frac{\sqrt{3}-2}{3}, \frac{3-2\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}-2}{4}$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

~~$a_2 = \frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2-1}$~~

$a_2 = \frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2-1}$

$a_2 = \frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

$a_3 = \frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3-1}$

$a_3 = \frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}$

$a_3 = \frac{\sqrt{3}-2}{3} \cdot \frac{3}{4}$

$a_3 = \frac{\sqrt{3}-2}{4}$

1 p

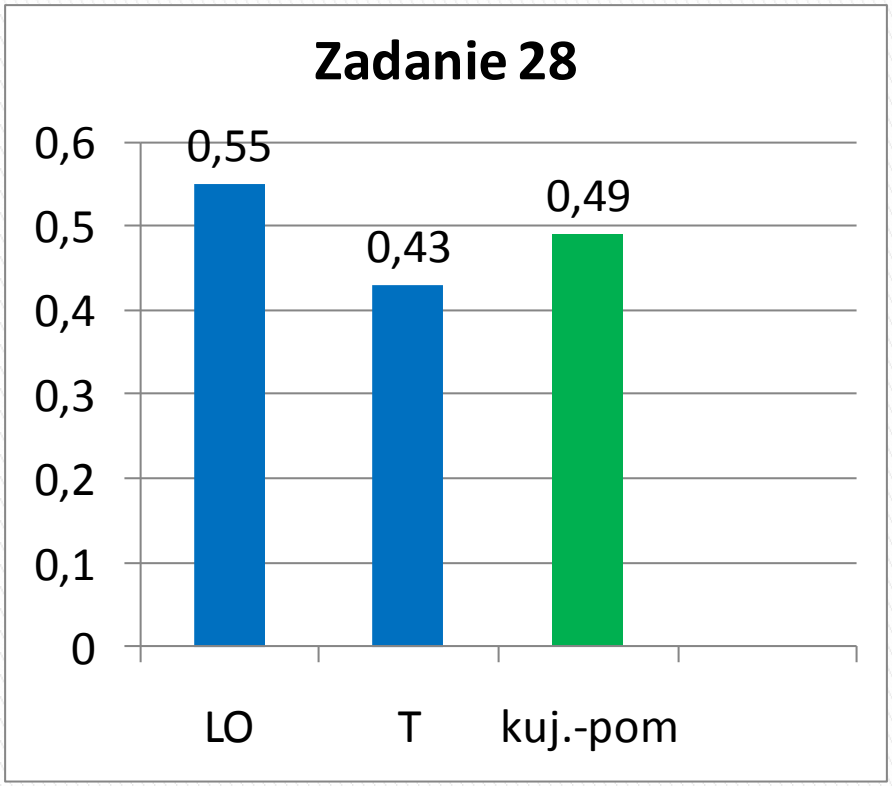
$q = \frac{\sqrt{3}}{2}$

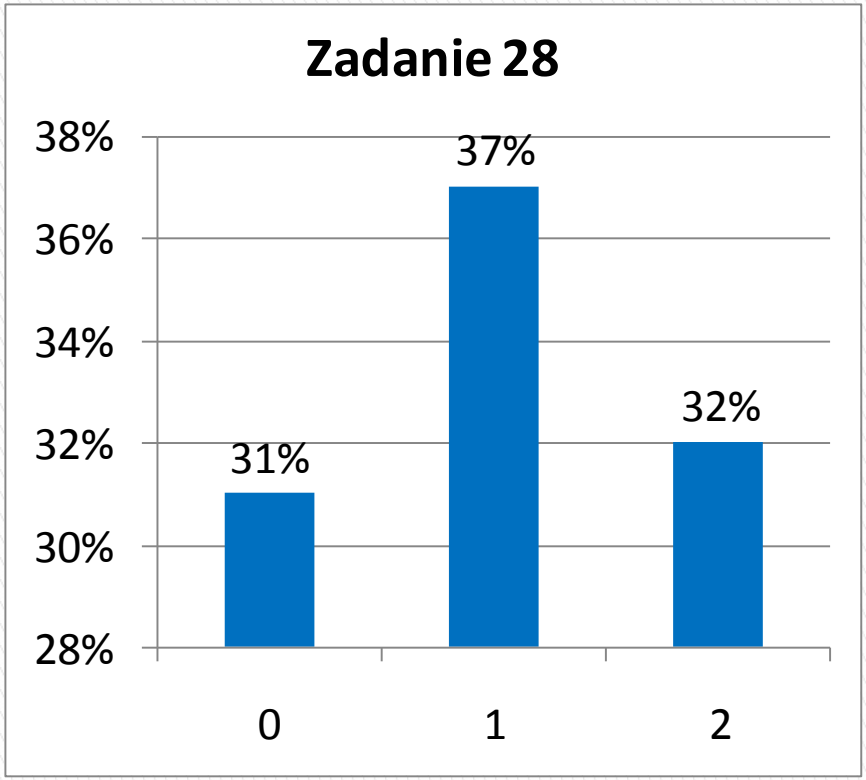
$a_1 = \frac{\sqrt{3}-2}{3}$

brak wsp

Zadanie 28. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $-2x^2 + 9x + 5 \leq 0$.





Rozwiązuje nierówność kwadratową

Zadanie 28. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $-2x^2 + 9x + 5 \leq 0$.

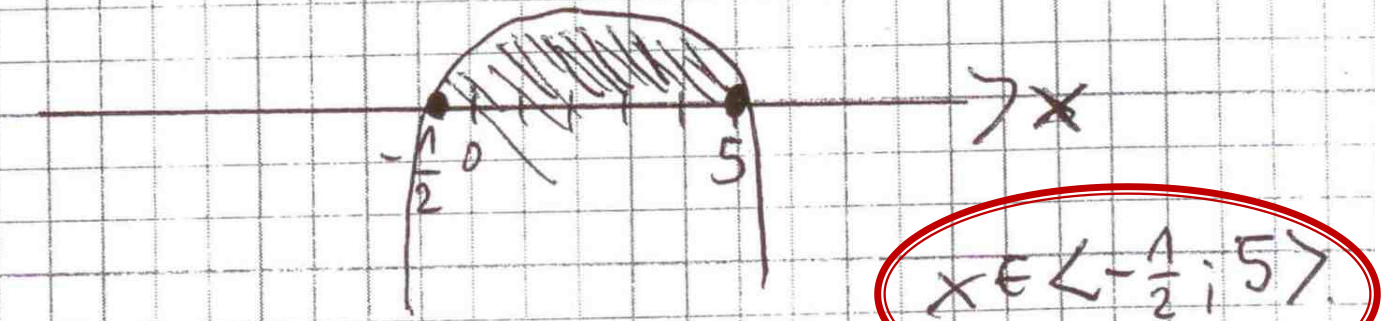
$-2x^2 + 9x + 5 \leq 0$

$\Delta = b^2 - 4ac \qquad \Delta = (9)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 \qquad \Delta = 81 + 40 = 121$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{121} = 11.$

$x_1 = \frac{-9-11}{2 \cdot (-2)} = \frac{-20}{-4} = 5.$

$x_2 = \frac{-9+11}{2 \cdot (-2)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$



$x \in \langle -\frac{1}{2}; 5 \rangle$

Odpowiedź: $x \in \langle -\frac{1}{2}; 5 \rangle$

Zadanie 28. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $-2x^2 + 9x + 5 \leq 0$.

$-2x^2+9x+5\leq 0$

$-2x^2+9x+5=0$

$\Delta = 9^2 - 4\cdot(-2)\cdot 5$

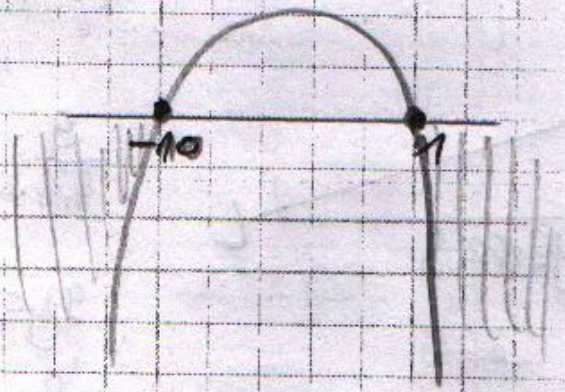
$\Delta = 81 + 40$

$\Delta = 121$

$\sqrt{\Delta} = 11$

$x_1 = \frac{-9-11}{2} = \frac{-20}{2} = -10$

$x_2 = \frac{-9+11}{2} = \frac{2}{2} = 1$



$x \in (-\infty; -10\rangle \cup \langle 1; +\infty)$

Odpowiedź: $x \in (-\infty; -10\rangle \cup \langle 1; +\infty)$

Zadanie 28. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $-2x^2 + 9x + 5 \leq 0$.

$-2x^2 + 9x + 5 = 0$

$\Delta = 81 + 40$

$\Delta = 121$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{121}$

$\sqrt{\Delta} = 11$

$x_1 = \frac{-9 - \sqrt{121}}{-4} =$

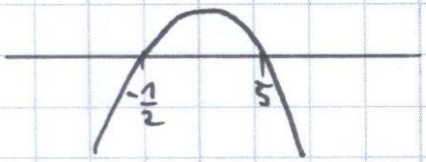
$x_2 = \frac{-9 - \sqrt{121}}{-4}$

$x_1 = \frac{-9 - 11}{-4}$

$x_2 = \frac{-9 + 11}{-4}$

$x_1 = 5$ ✓

$x_2 = -\frac{1}{2}$ ✓



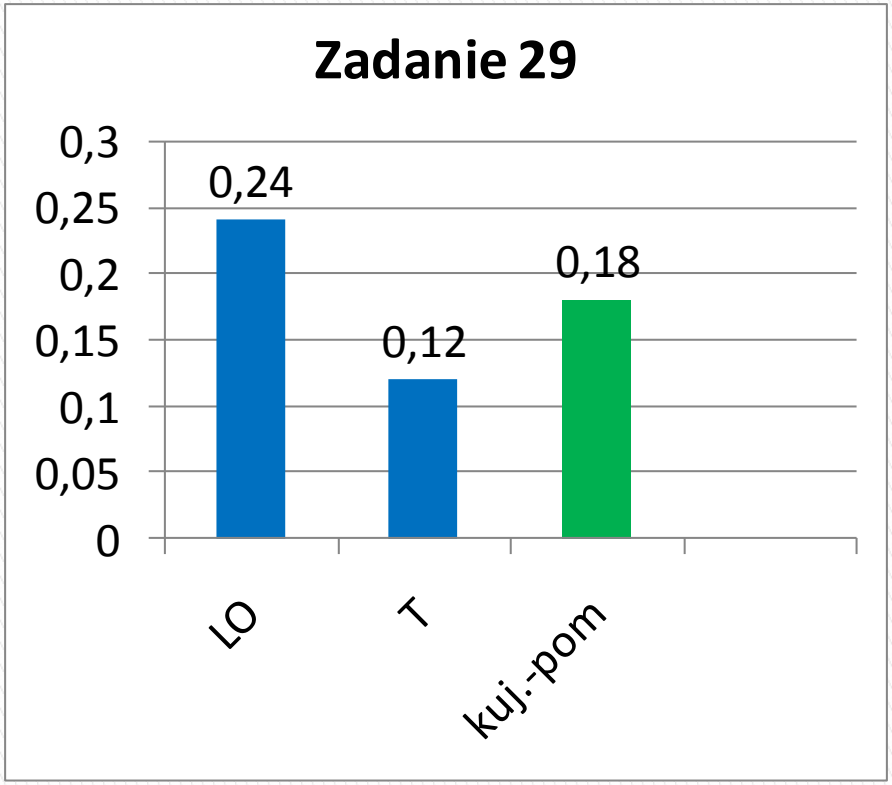
$x \in$?

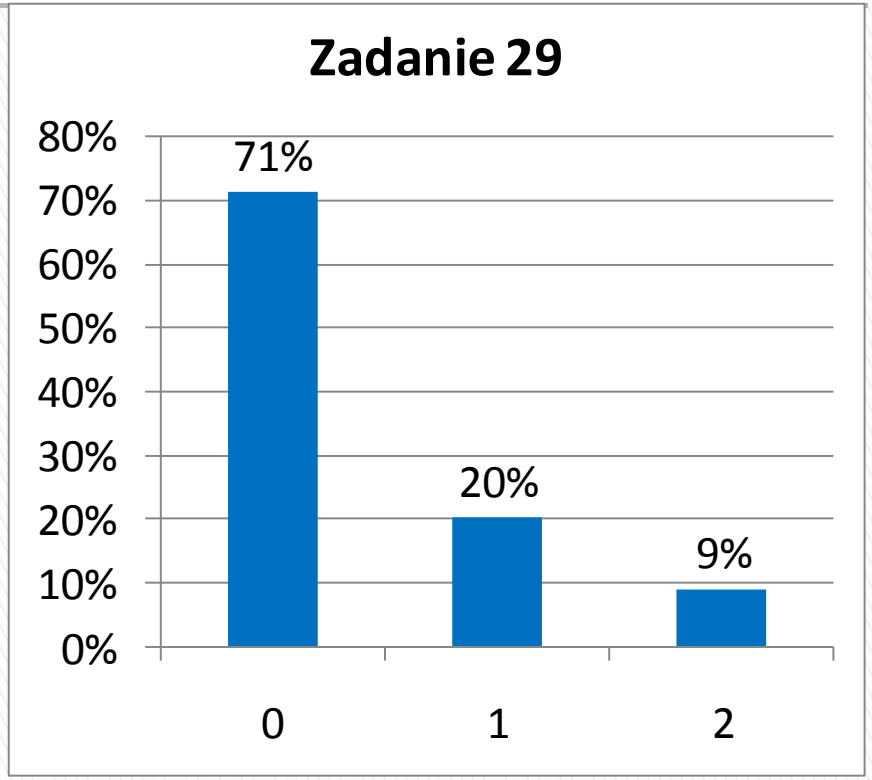
Odpowiedź: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (5; \infty)$

Zadanie 29. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdych liczb rzeczywistych x oraz a prawdziwa jest nierówność

$$(x+2a)^2 \geq 8ax.$$





algebraiczny posługując się wzorami skróconego

Zadanie 29. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdych liczb rzeczywistych x oraz a prawdziwa jest nierówność

$(x + 2a)^2 \geq 8ax$.

~~$x=1$ $a=-1$~~

~~$(1+2\cdot(-1))^2 \geq 8\cdot(-1)\cdot 1$~~

$(1-2)^2 \geq -8$

$x=1$

$(1+2a)^2 \geq 8a\cdot 1$

$1^2+4a+4a^2 \geq 8a$

$4a^2-4a+1 \geq 0$

$\Delta = -4^2-4\cdot 4\cdot 1$

$\Delta = 16-16$

$\Delta = 0$

$x_1 = \frac{-b}{2\cdot a}$

$x_1 = \frac{+4}{2\cdot 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$(-1+2a)^2 \geq 8a\cdot(-1)$

$(2a+1)^2 \geq -8a$

$4a^2+4a+1 \geq -8a$

$4a^2+12a+1=0$

$\Delta = 12^2-4\cdot 4\cdot 1$

$\Delta = 144-16$

$\Delta = 105$

~~$\sqrt{\Delta} = \sqrt{105}$~~

$(x+2a)^2 \geq 8ax$

$x^2+4ax+4a^2 \geq 8ax$

$x^2+4a^2-4ax \geq 0$

Zadanie 29. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdych liczb rzeczywistych x oraz a prawdziwa jest nierówność

$(x + 2a)^2 \geq 8ax.$

$(2+2\cdot1)^2 \geq 8\cdot1\cdot2$

$(2+2)^2 \geq 16$

$2^2 + 2\cdot2\cdot2 + 2^2$

$4 + 8 + 4 \geq 16$

$16 \geq 16$

c.n.d.

Zadanie 29. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdych liczb rzeczywistych x oraz a prawdziwa jest nierówność

$(x + 2a)^2 \geq 8ax$.

$(x+2a)^2 \geqslant 8ax$

$x^2 + 4ax + 4a^2 \geqslant 8ax$

$x^2 + 4a^2 \geqslant 4ax \geqslant 0$ ✓

$(0+2a)^2 \geqslant 8a \cdot 0$

$4a^2 \geqslant 0$

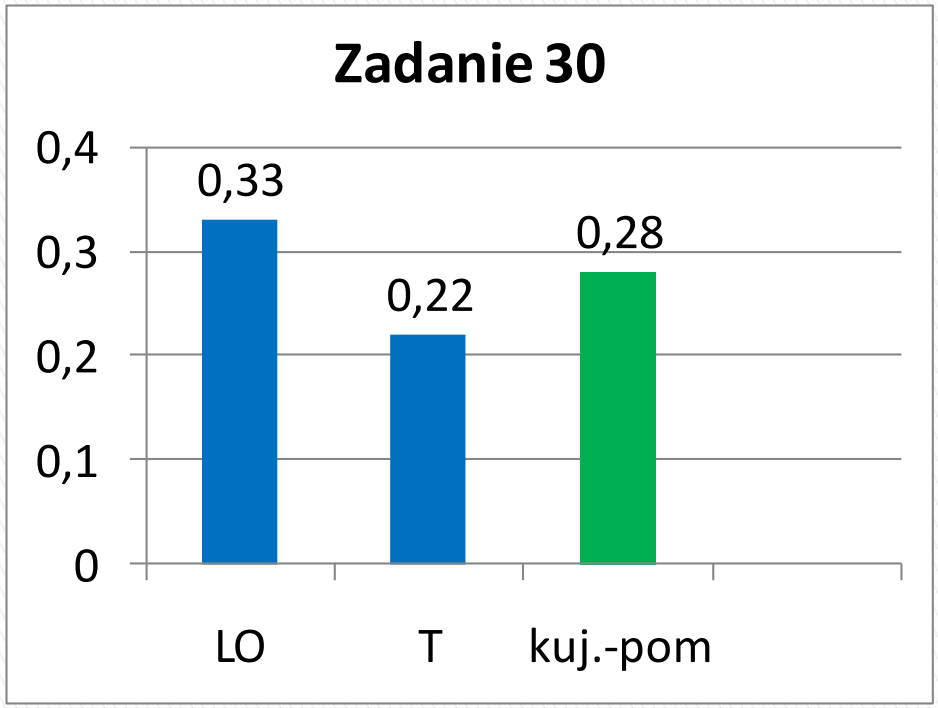
$a^2 \geqslant 0$

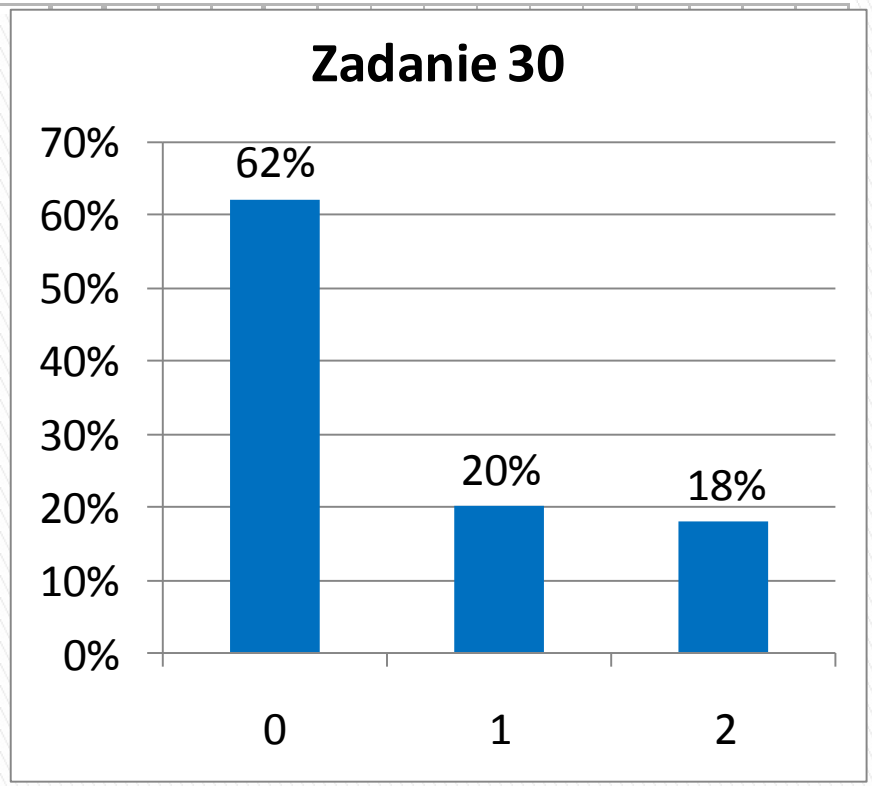
$(x+2\cdot 0)^2 \geqslant 8 \cdot 0 \cdot x$

$x^2 \geqslant 0$

Zadanie 30. (2 pkt)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego ABC mają długości 9 i 40. Najdłuższy bok tego trójkąta jest równy najkrótszemu bokowi trójkąta KLM podobnego do trójkąta ABC. Oblicz pole trójkąta KLM.

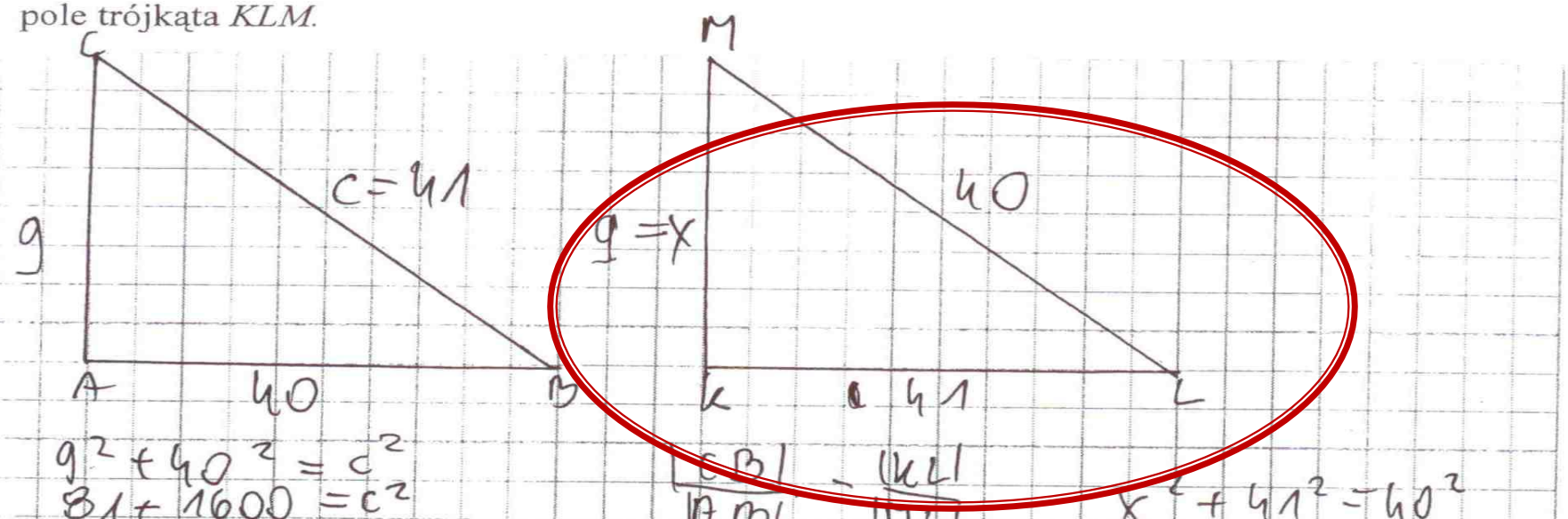




Wykorzystuje własności figur podobnych

Zadanie 30. (2 pkt)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego ABC mają długości 9 i 40. Najdłuższy bok tego trójkąta jest równy najkrótszemu bokowi trójkąta KLM podobnego do trójkąta ABC. Oblicz pole trójkąta KLM.



$9^2 + 40^2 = c^2$

$81 + 1600 = c^2$

$1681 = c^2$

$41 = c$

$\frac{|CB|}{|MK|} = \frac{|KL|}{|ML|}$

$\frac{41}{40} = \frac{41}{|ML|}$

$41|ML| = 1640$

$|ML| = 40$

$x^2 + 41^2 = 40^2$

$x^2 + 1681 = 1600$

$1681 - 1600 = x^2$

$81 = x^2$

$9 = x$

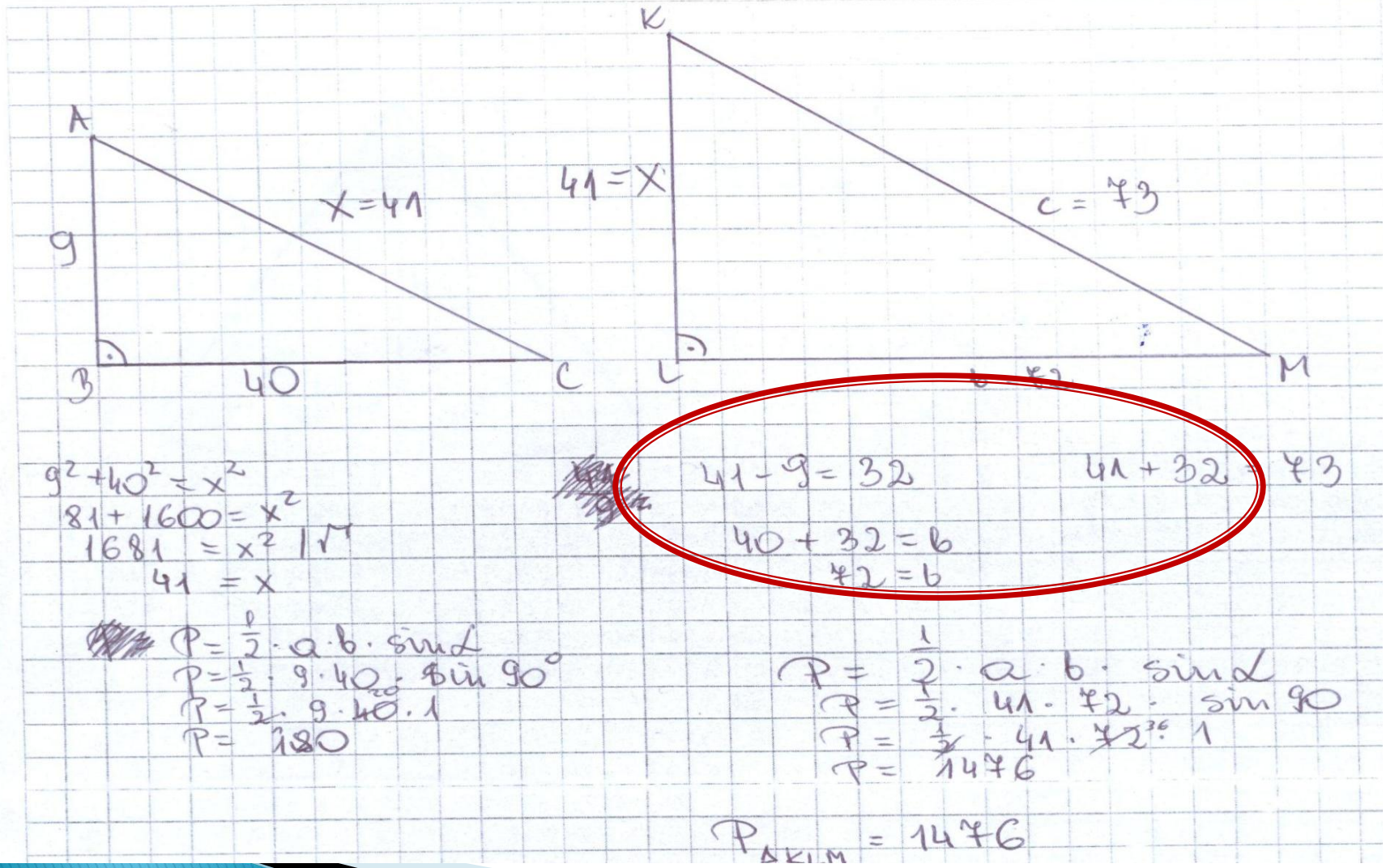
$P_{\triangle KLM} = \frac{1}{2} a \cdot h$

$P_{\triangle KLM} = \frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 9$

$P_{\triangle KLM} = 184{,}5$

Zadanie 30. (2 pkt)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego ABC mają długości 9 i 40. Najdłuższy bok tego trójkąta jest równy najkrótszemu bokowi trójkąta KLM podobnego do trójkąta ABC. Oblicz pole trójkąta KLM.



$9^2+40^2=x^2$

$81+1600=x^2$

$1681=x^2 \mid \sqrt{\ }$

$41=x$

$41-9=32$

$41+32=73$

$40+32=b$

$72=b$

$P=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \sin\alpha$

$P=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 40\cdot \sin 90^\circ$

$P=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 40\cdot 1$

$P=180$

$P=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \sin\alpha$

$P=\frac{1}{2}\cdot 41\cdot 72\cdot \sin 90$

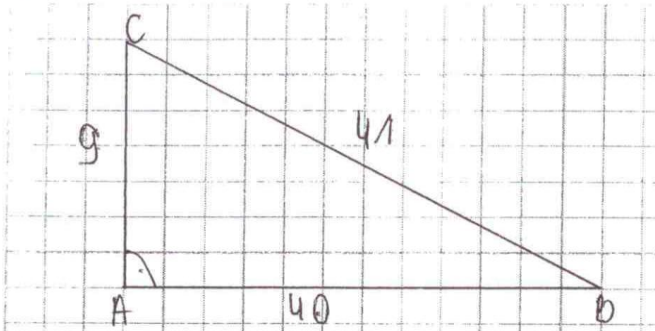
$P=\frac{1}{2}\cdot 41\cdot 72\cdot 1$

$P=1476$

$P_{\triangle KLM}=1476$

Zadanie 30. (2 pkt)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego ABC mają długości 9 i 40. Najdłuższy bok tego trójkąta jest równy najkrótszemu bokowi trójkąta KLM podobnego do trójkąta ABC. Oblicz pole trójkąta KLM.



1. Twierdzenie pitagorasa

$40^2 + 9^2 = c^2$

$1600 + 81 = 1681$

$\sqrt{1681} = 41 = c$

$|CA| = 9$

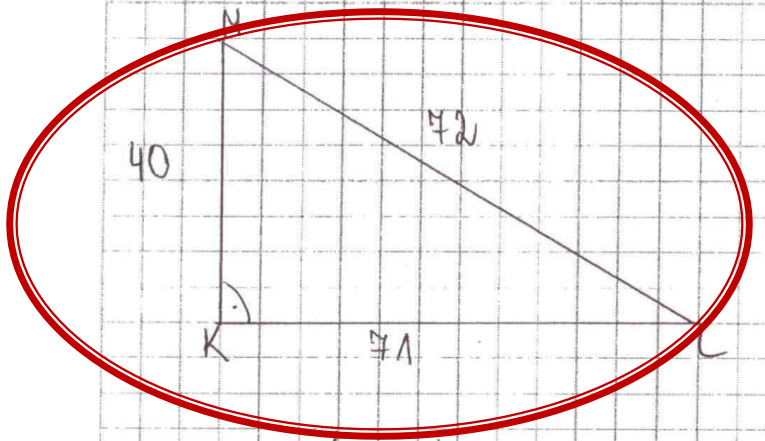
$|MK| = 9 + 31 \quad |MK| = 40$

$|AB| = 40$

$|KL| = 40 + 31 \quad |KL| = 71$

$|CB| = 41$

$|ML| = 41 + 31 \quad |ML| = 72$



$P_{\triangle KLM} = \frac{1}{2} a \cdot h$

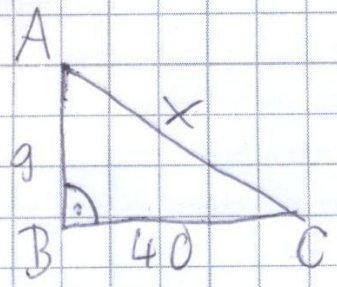
$P_\triangle = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 40$

$P_\triangle = 20 \cdot 40$

$P_\triangle = 800$

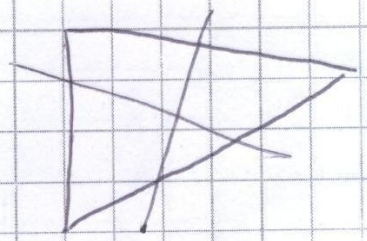
Zadanie 30. (2 pkt)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego *ABC* mają długości 9 i 40. Najdłuższy bok tego trójkąta jest równy najkrótszemu bokowi trójkąta *KLM* podobnego do trójkąta *ABC*. Oblicz pole trójkąta *KLM*.



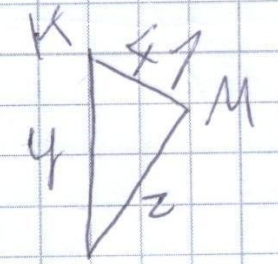
$9^2 + 40^2 = x^2$

$x = \sqrt{1681} = 41$ ✓



$\frac{9}{41} = \frac{41}{y}$

$\frac{9}{41} = \frac{40}{z}$



$9y = 41^2$

$y = 186\frac{7}{9}$ ✓

$9z = 40 \cdot 41$

$z = 182\frac{2}{9}$ ✓

$p = 410$

$p = 406$

$P_{KLM} = \sqrt{410(410-41)(410-186\frac{7}{9})(410-182\frac{2}{9})}$

$P_{KLM} = \sqrt{410 \cdot 369 \cdot 223\frac{2}{9} \cdot 227\frac{7}{9}}$

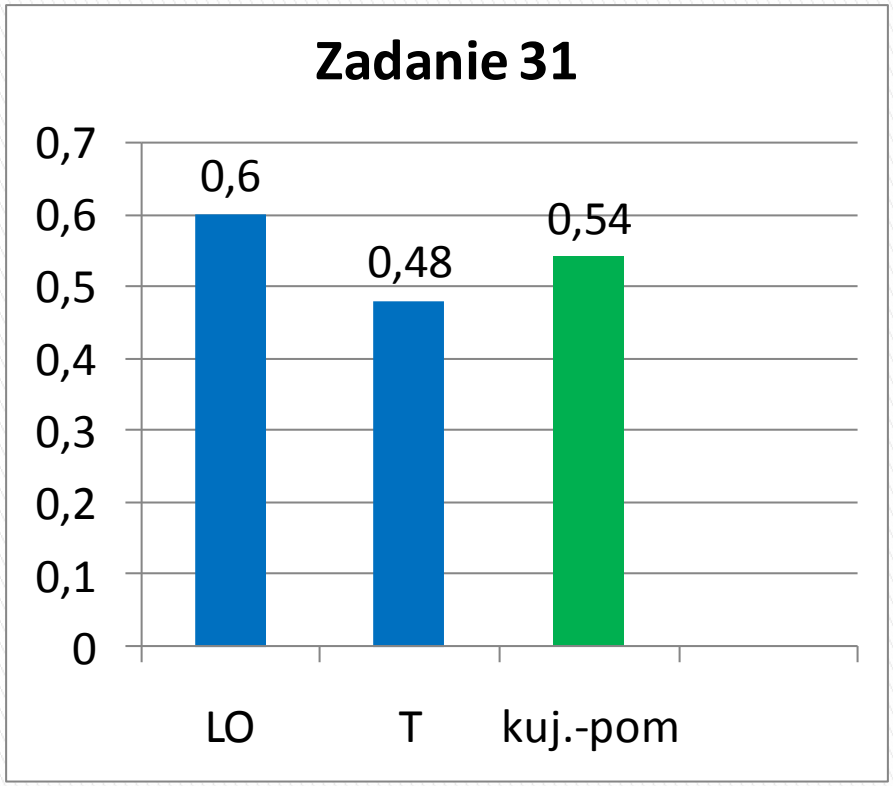
$P_{KLM} = \sqrt{\frac{765845\,1090}{81}}$

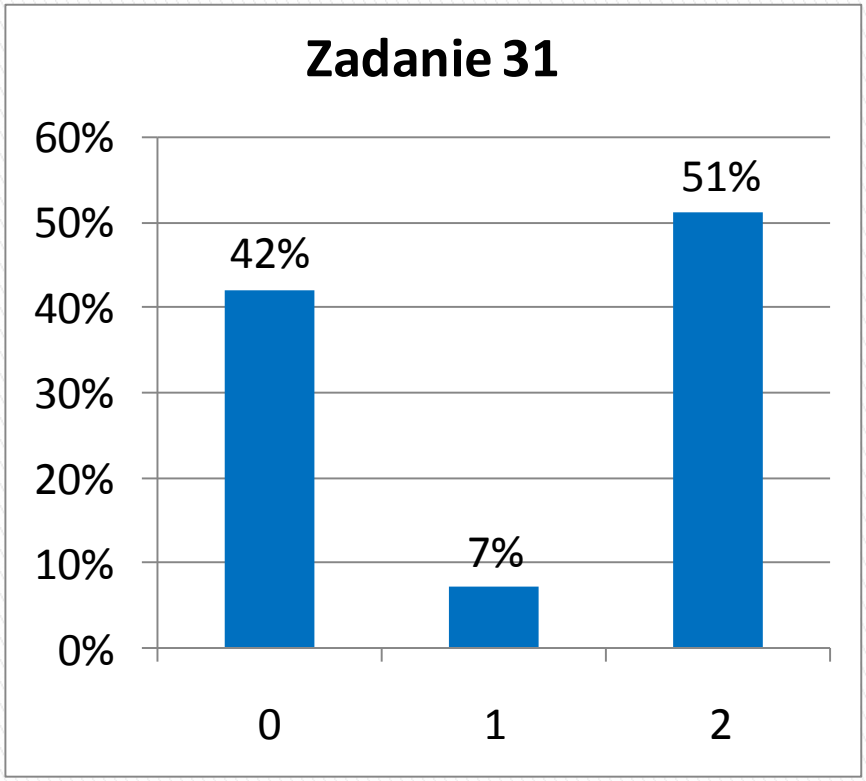
$P_{KLM} = \frac{1}{9} \cdot \sqrt{765845\,1090}$

$P_{KLM} \approx 9724$

Zadanie 31. (2 pkt)

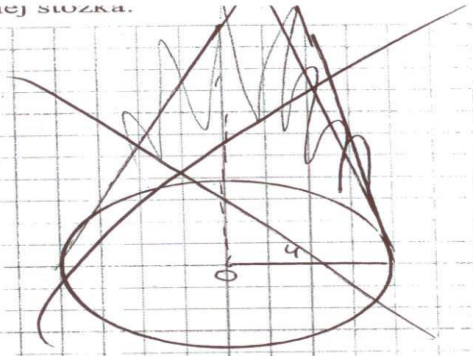
Kąt rozwarcia stożka jest równy 60°. Promień podstawy stożka ma długość 4. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka.





Wyznacza związki miarowe w bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii

powierzchni bocznej stożka.

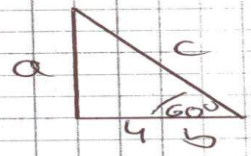


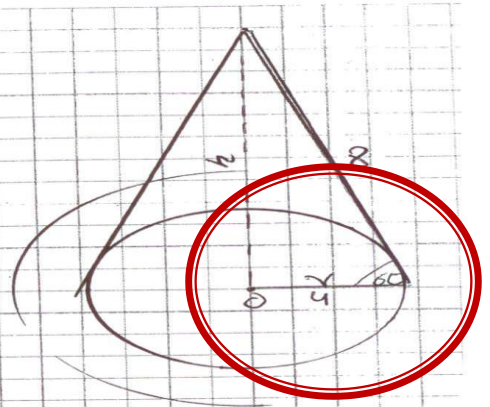
Dane
$r = 4$
$\measuredangle l = 60^\circ$

$P_{pb} = \pi r l$
szukane $= l$

$l = 8$

$P_{pb} = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 8 = 100{,}48$





$\cos 60^\circ = \frac{b}{c}$

$\frac{1}{2} = \frac{4}{c}$

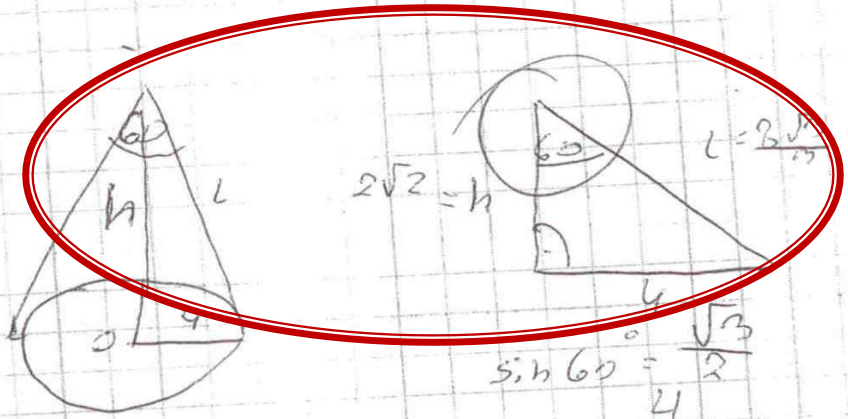
$c = 8$

$l = c$

$l = 8$

Odpowiedź: $P_{pb\ stożka} = 100{,}48\ j$

powierzchni bocznej stożka.



$P_b = 2\pi \cdot l \cdot h$

$P_b = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot h$

$P_b = 25{,}12 \cdot 2\sqrt{2}$

$P_b = 50{,}24\sqrt{2}$; $\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$P_b = 50{,}24 \cdot 1{,}41$

$P_b = 70{,}8384$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 60^\circ = \frac{4}{l}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{l}$

$\sqrt{3}\,l = 8 \;/ : \sqrt{3}$

$l = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

$l^2 = h^2 + 4^2$

$\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = h^2 + 16$

$\frac{8 \cdot 3}{3} = h^2 + 16$

$8 = h^2 + 16$

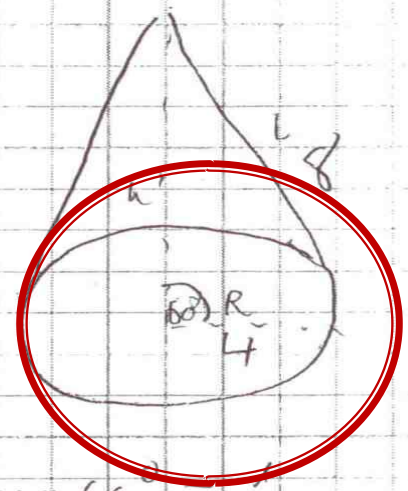
$-h^2 = 8 \;/ \cdot (-1)$

$h^2 = 8$

$h = 2\sqrt{2}$

Zadanie 31. (2 pkt)

Kąt rozwarcia stożka jest równy 60°. Promień podstawy stożka ma długość 4. Oblicz po powierzchni bocznej stożka.



$\omega \quad \cos 60 = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{4}{l}$

$l = 8$

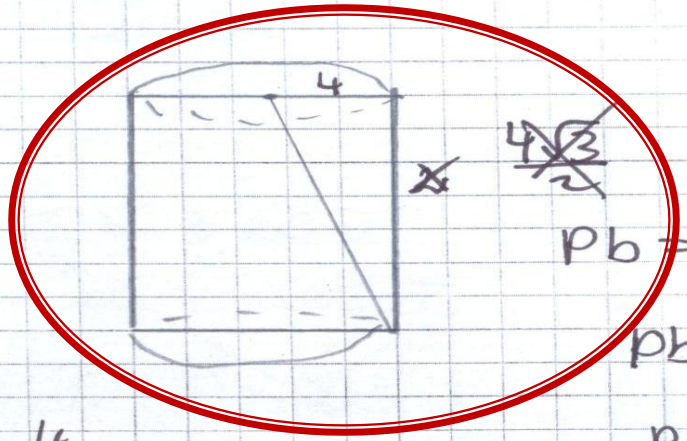
$P = \pi 4 (4 + 8)$

$P = \cancel{16\pi} \; 16\pi + 128\pi$

$P = 144\pi^2$

Zadanie 31. (2 pkt)

Kąt rozwarcia stożka jest równy 60°. Promień podstawy stożka ma długość 4. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka.

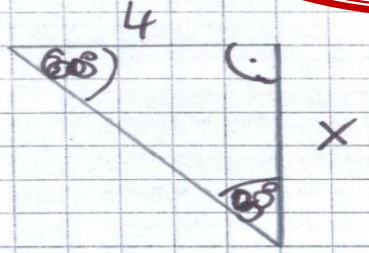


$P_b = 2\pi r h$

$Pb = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}$

$Pb = 2 \cdot \pi \cdot \frac{16\sqrt{3}}{2}$

$Pb = \frac{32\sqrt{3}}{2}\pi$



$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

$4 = 2x \mid :2$

$2 = x$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

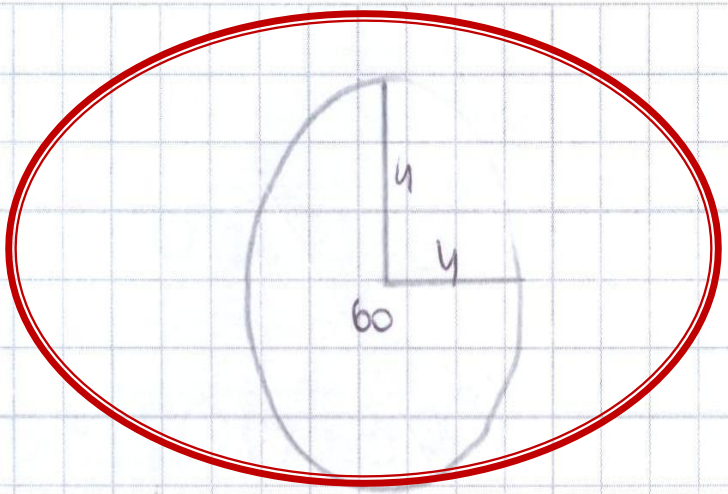
$\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$4\sqrt{3} = 2x \mid :2$

$\frac{4\sqrt{3}}{2} = x$

Zadanie 31. (2 pkt)

Kąt rozwarcia stożka jest równy 60°. Promień podstawy stożka ma długość 4. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka.



4
4

$P = \pi r l$

$P = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 4$

$P = 12{,}56 \cdot l$

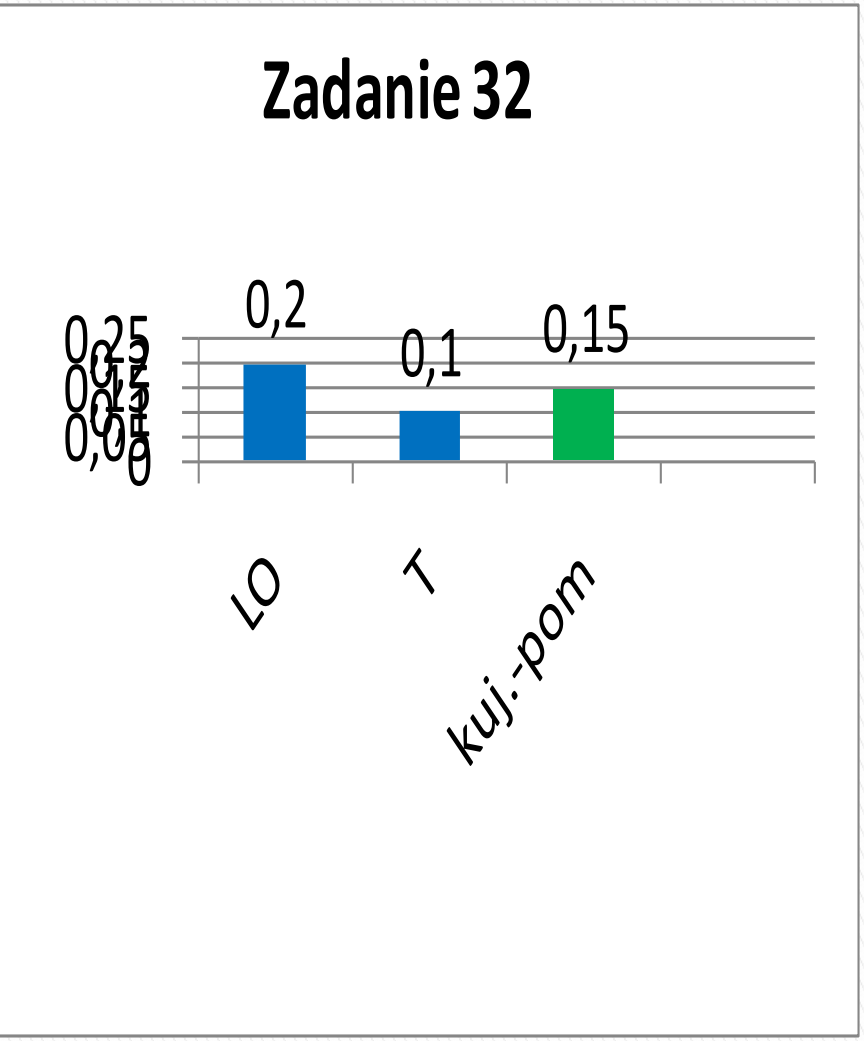
$\operatorname{tg} 30^\circ \alpha = \frac{4}{4}$

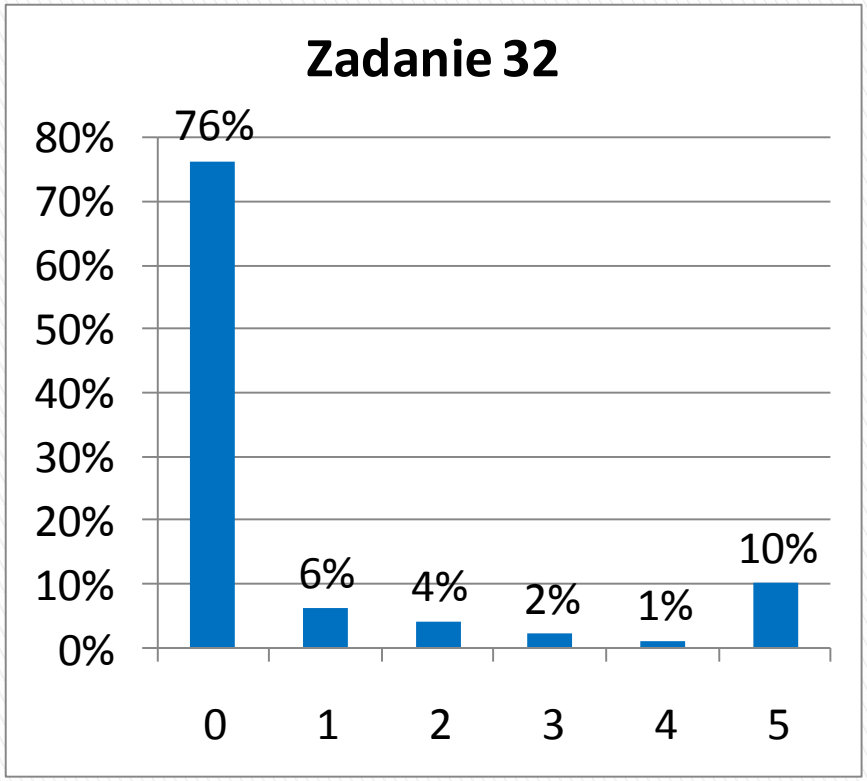
$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{4}$

$4\sqrt{3} = 12$

Zadanie 32. (5 pkt)

Obecnie 1 kg cukru kosztuje o 3,20 zł więcej niż kilka lat temu. Wówczas za kwotę równą 225 zł można było kupić o 80 kg więcej cukru niż obecnie. Ile kosztuje 1 kg cukru obecnie?





Rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej

Zadanie 32. (5 pkt)

Obecnie 1 kg cukru kosztuje o 3,20 zł więcej niż kilka lat temu. Wówczas za kwotę równą 225 zł można było kupić o 80 kg więcej cukru niż obecnie. Ile kosztuje 1 kg cukru obecnie?

x — cena 1 kg cukru kiedyś

$x + 3{,}2$ — cena — " — dziś

y = 1 kg cukru dziś

$$\begin{cases} 225 = (y+80)x \\ (x-3{,}2)(y+80) = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 225 = (y+80)x \\ x - 3{,}2 = \frac{y}{y+80} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 225 = yx + 80x \\ x - 3{,}2 = \frac{y}{y+80} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y}{y+80} + 3{,}2 \\ 225 = y\left(\frac{y}{y+80} + 3{,}2\right) + 80 \cdot \left(\frac{y}{y+80} + 3{,}2\right) \end{cases}$$

$$225 = \frac{y}{y+80} + \frac{16}{5}$$

Zadanie 32. (5 pkt)

Obecnie 1 kg cukru kosztuje o 3,20 zł więcej niż kilka lat temu. Wówczas za kwotę równą 225 zł można było kupić o 80 kg więcej cukru niż obecnie. Ile kosztuje 1 kg cukru obecnie?

x - cena kilogramu cukru kiedyś

y - cena kilogramu cukru teraz

$$\begin{cases} y = x + 3{,}20 \\ \frac{225}{y} = x + 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 3{,}20 \\ \frac{225}{x+3{,}20} = x + 3{,}20 + 80 \end{cases} \quad / \cdot x$$

$$225 = x^2 + 10{,}24 + 80$$

$$225 - 90{,}24 = x^2$$

$$134{,}76 = x^2$$

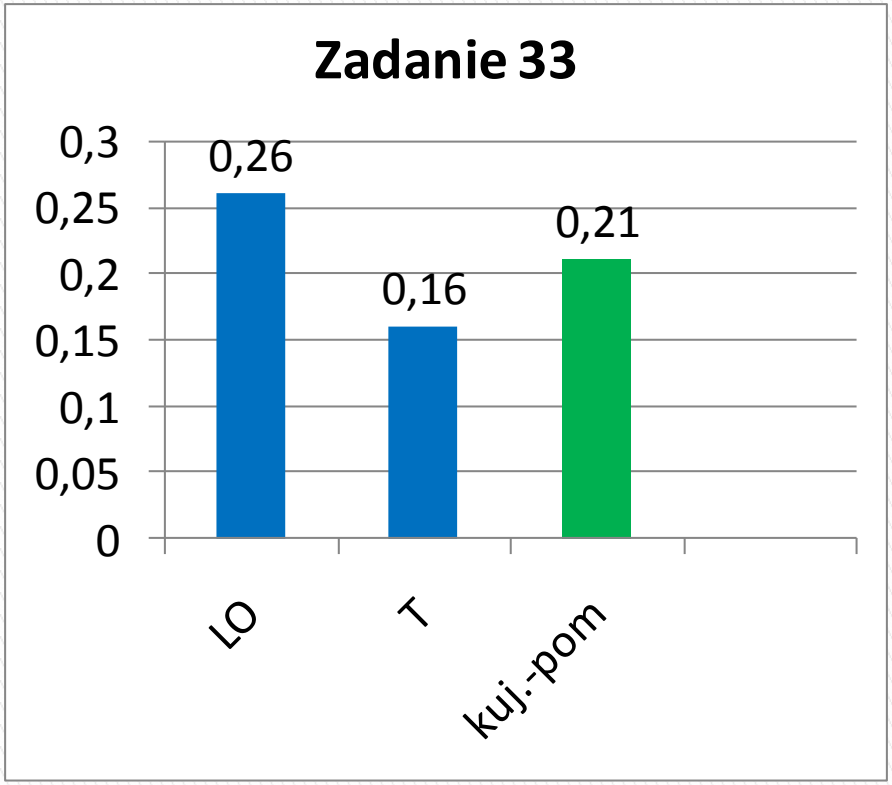
$$x = 11{,}60$$

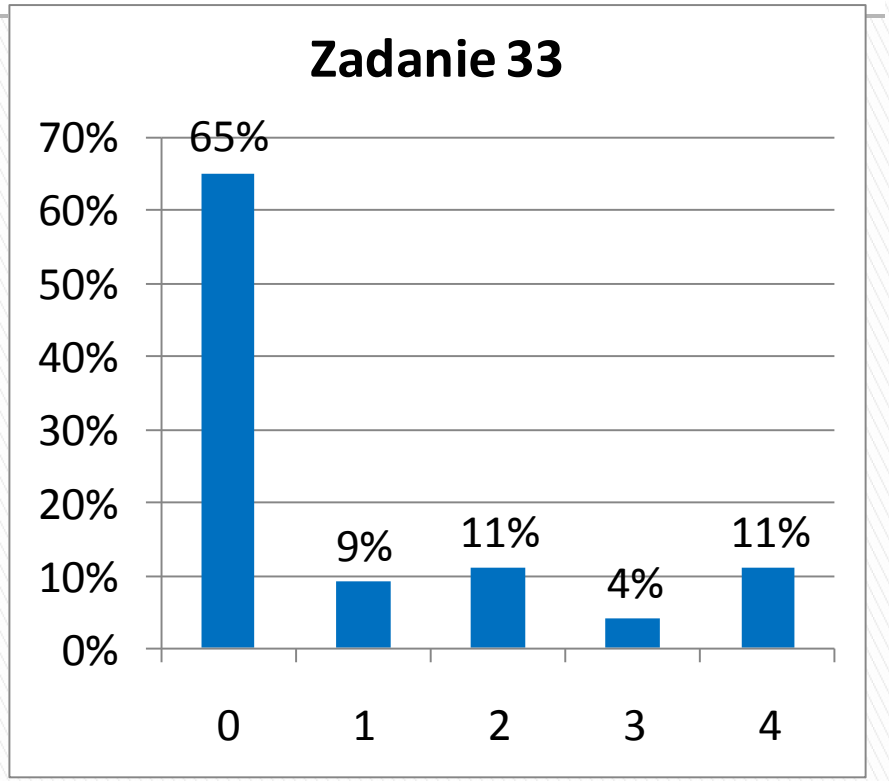
$$y = 11{,}60 + 3{,}20$$

$$y = 14{,}80$$

Zadanie 33. (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej ma długość $4\sqrt{3}$, a ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz objętość ostrosłupa.

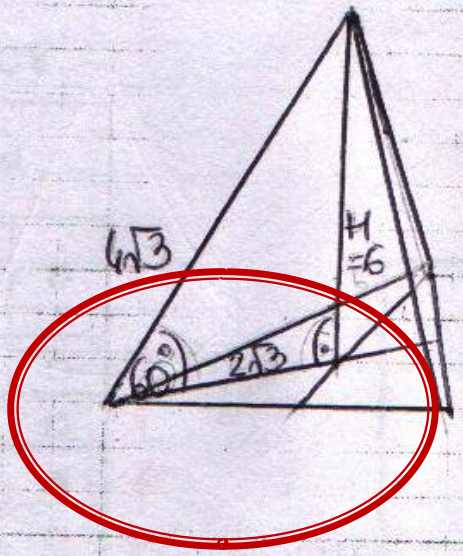




Wyznacza związki miarowe w ostrosłupie

Zadanie 33. (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej ma długość $4\sqrt{3}$, a ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz objętość ostrosłupa.



H- wysokość ostrosłupa

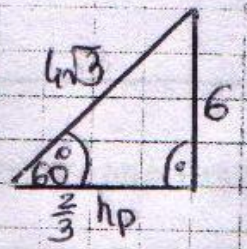
$\sin 60^\circ = \frac{H}{4\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{H}{4\sqrt{3}}$

$2H = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

$2H = 12 / :2$

$H = 6$



$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{6}{hp}$

$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{6}{hp}$

$\sqrt{3}\,hp = 6 / :\sqrt{3}$

$\frac{2}{3}hp = 2\sqrt{3} / : \frac{2}{3}$

$hp = 2\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2}$

$hp = \frac{6\sqrt{3}}{2}$

$hp = 3\sqrt{3}$

$\frac{2}{3}hp = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

$\frac{2}{3}hp = 2\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3} P_p \cdot h$

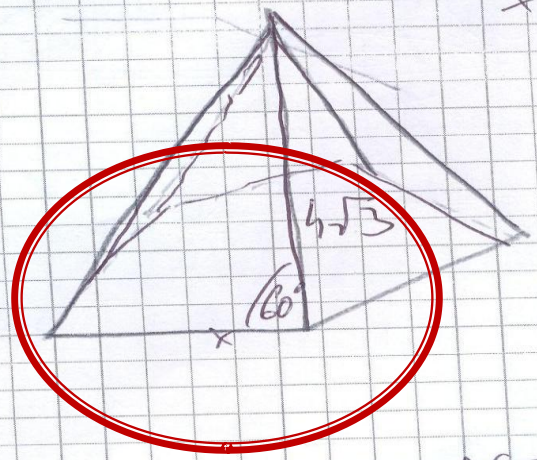
$V = \frac{1}{3} P_p \cdot 6$

$P_p = \frac{a \cdot h}{2}$

$P_p = \frac{a \cdot 3\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 33. (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej ma długość $4\sqrt{3}$, a ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz objętość ostrosłupa.



$\sin 60^\circ = \frac{x}{4\sqrt{3}}$

$0{,}86 = \frac{x}{4\sqrt{3}}$

$x = 3{,}44\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3} P_p \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}44\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3} \cdot 12{,}44(\sqrt{3})^2$

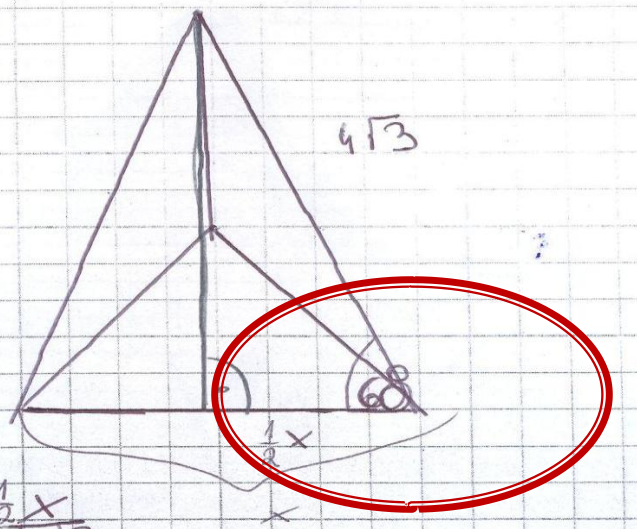
$V = \frac{1}{3} \cdot 12{,}44 \cdot 3$

$V = \frac{1}{3} \cdot 11 \cdot 1{,}86$

$V = 37{,}32$

Zadanie 33. (4 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej ma długość $4\sqrt{3}$, a ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz objętość ostrosłupa.



$\cos 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}x}{4\sqrt{3}}$

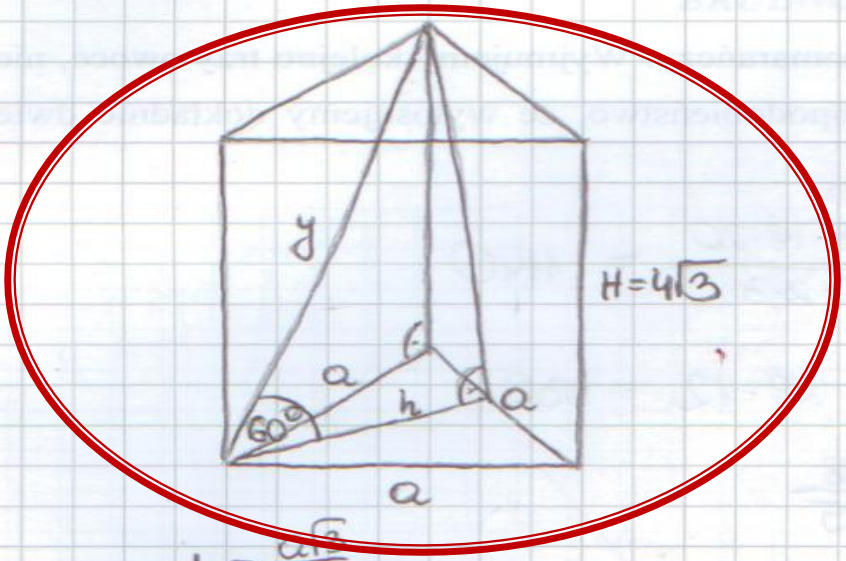
$\frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2}x}{4\sqrt{3}}$

$4\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x \cdot 2$

$x = 4\sqrt{3}$

$P_p = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$

$P_p =$



ostrosłup!!

nie graniastosłup!

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$y = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$(a\sqrt{3})^2 = a^2 + (4\sqrt{3})^2$

$3a^2 = a^2 + 48$

$2a^2 = 48$

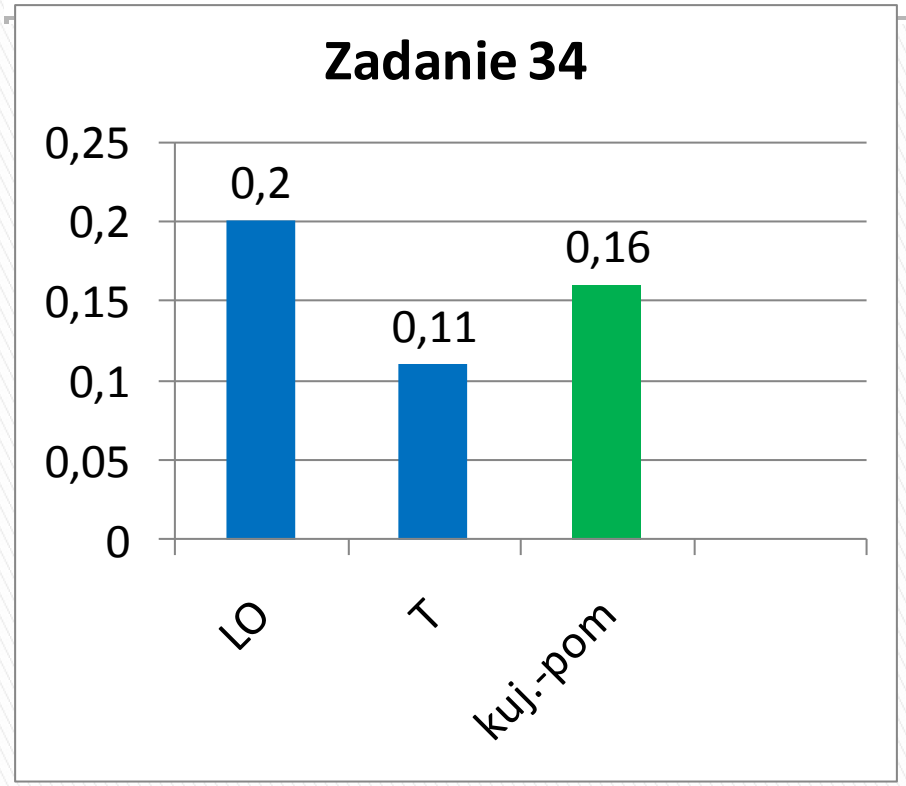
$a^2 = 24$

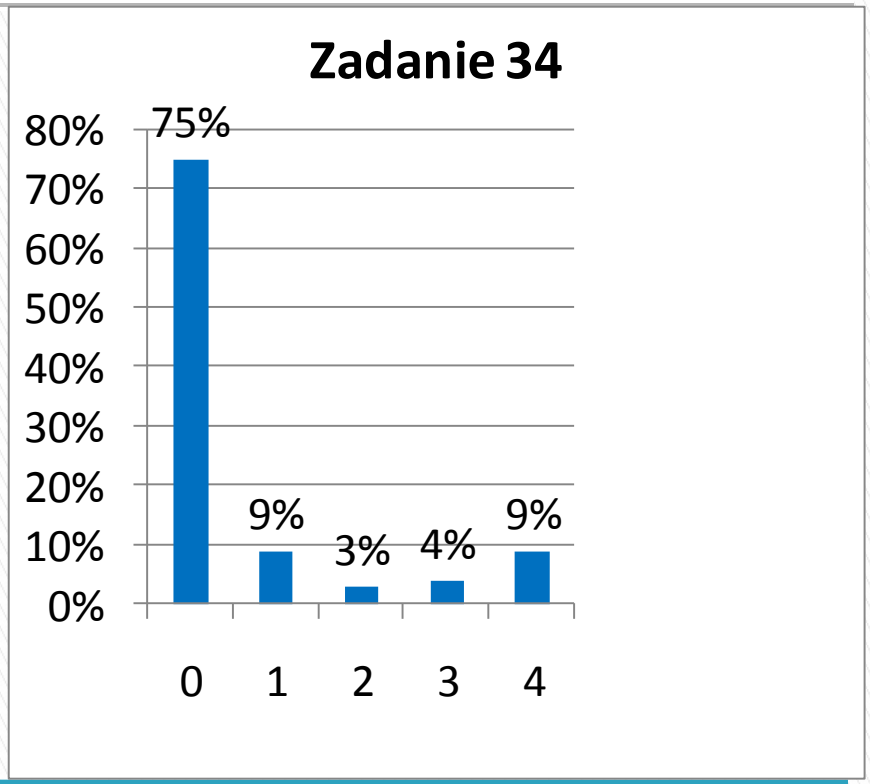
$a = 2\sqrt{6}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{(2\sqrt{6})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 4\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 3 = 24$

Zadanie 34. (4 pkt)

W koszu znajdują się owoce: 12 jabłek i 8 pomarańczy. Wyjmujemy kolejno trzy owoce, nie odkładając ich do kosza. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosujemy dokładnie dwie pomarańcze.

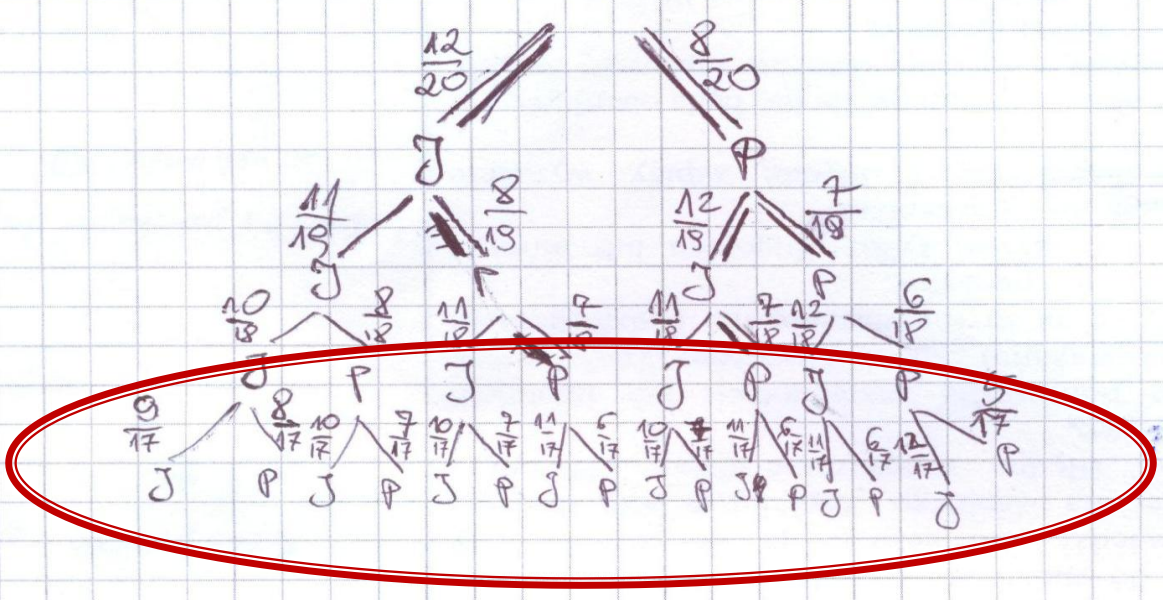




Stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa

Zadanie 34. (4 pkt)

W koszu znajdują się owoce: 12 jabłek i 8 pomarańczy. Wyjmujemy kolejno trzy owoce, nie odkładając ich do kosza. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosujemy dokładnie dwie pomarańcze.



3 losowania nie 4

Op

A - zdarzenie polegające na wylosowaniu dokładnie dwóch pomarańczy

$$P(A) = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} = \frac{56}{380} = \frac{28}{180} = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$$

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ

ewa_ludwikowska@o2.pl